

臺灣警察專科學校專科警員班第 28 期正期學生組新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：(一) 三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

(二) 未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 計算 $(\log_2 3) \cdot (\log_3 7) \cdot (\log_7 8)$ 的值是多少？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 計算 $\cos 1590^\circ$ 的值是多少？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=5, \overline{BC}=6, \overline{CA}=7$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積是多少？

- (A) $6\sqrt{3}$ (B) $6\sqrt{6}$ (C) $8\sqrt{3}$ (D) $8\sqrt{6}$

4. 下列哪一個對數值最大？

- (A) $\log_2 7$ (B) $\log_3 7$ (C) $\log_{0.2} 7$ (D) $\log_{0.3} 7$

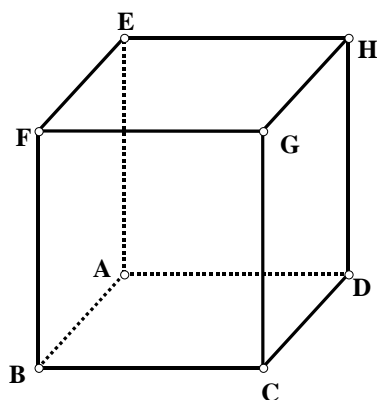
5. 設圓 $C: x^2 + y^2 = 25$ ， $A(3, -4)$ ，下列何者為通過 A 點且與圓 C 相切的切線方程式？

- (A) $3x + 4y + 7 = 0$ (B) $3x - 4y - 25 = 0$ (C) $4x + 3y = 0$ (D) $4x - 3y - 24 = 0$

6. 給定一個球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 49$ 及平面 $E: 2x + y - 2z + 12 = 0$ ，若球面 S 與平面 E 的共同部分為一圓，則此圓的面積是多少？

- (A) 17π (B) 24π (C) 29π (D) 33π

7. 如圖，長方體 $ABCD-EFGH$ 中， $\overline{AB}=2, \overline{AD}=3, \overline{AE}=3$ 若 $\triangle ABD$ 與 $\triangle BDE$ 所在平面之二面角之角度為 θ ，則 $\sin\theta = ?$



- (A) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{17}}$ (B) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{17}}$ (C) $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{17}}$ (D) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{17}}$

8. 求平面上點 $P(2, 3)$ 到直線 $4x - 3y + 6 = 0$ 的距離是多少？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

9. $\triangle ABC$ 中， D 是 \overline{AB} 中點， E 點在 \overline{AC} 上，且 $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$ ， \overline{CD} 與 \overline{BE} 交於 P ，若 $\overrightarrow{AP} = x \cdot \overrightarrow{AB} + y \cdot \overrightarrow{AC}$ ，則 $x = ?$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$

10. 下列哪一個三角函數值最大？

- (A) $\sin 1$ (B) $\sin 2$ (C) $\sin 3$ (D) $\sin 4$

11. 已知聯立方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$ 恰有一組解 $x=1, y=2, z=3$ ，

則下列何者為聯立方程組 $\begin{cases} a_1x + 2b_1y + 3c_1z = 4d_1 \\ a_2x + 2b_2y + 3c_2z = 4d_2 \\ a_3x + 2b_3y + 3c_3z = 4d_3 \end{cases}$ 的解？

- (A) $x=1, y=2, z=3$ (B) $x=2, y=3, z=4$ (C) $x=2, y=2, z=2$ (D) $x=4, y=4, z=4$

12. 試決定實數 a 之值，使得三相異平面 $E_1: x-2y+3z=7$ ， $E_2: 2x+y-5z=1$ ， $E_3: ax-5y+4z=22$ 相交於一直線。
試問 a 之值為何？
(A) $a=2$ (B) $a=3$ (C) $a=4$ (D) $a=5$ 。
13. 請問方程式 $3\sin x=x$ 有幾個實數解？
(A) 3 個 (B) 4 個 (C) 5 個 (D) 6 個 。
14. 若 $\tan\alpha$ 、 $\tan\beta$ 為 $x^2+5x+2=0$ 之二根，則 $\sin^2(\alpha+\beta)+4\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)+7\cos^2(\alpha+\beta)=?$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 。
15. 設函數 $f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos x+1$ ，則函數 $f(x)$ 的最大值是多少？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 。
16. 化簡 $(\frac{2+2i}{1+\sqrt{3}i})^{12}$ 的值是多少？
(A) 32 (B) -32 (C) 64 (D) -64 。
17. 設袋中有 1 元硬幣 10 枚，5 元硬幣 6 枚，10 元硬幣 4 枚，每枚硬幣被取到的機會均等，則任取一枚硬幣，求得款金額之期望值是多少？
(A) 1 元 (B) 2 元 (C) 3 元 (D) 4 元 。
18. 一袋中有 3 個白球，4 個黑球，5 個紅球，從袋中任取 3 個球，每個球被取到的機率均等，求此 3 球皆為同色之機率是多少？
(A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{3}{44}$ (C) $\frac{3}{56}$ (D) $\frac{3}{68}$ 。
19. 已知 $\log 2=0.3010$ ， $\log 3=0.4771$ ，計算 12^{100} 是多少位的正整數？
(A) 107 (B) 108 (C) 109 (D) 110 。
20. 設 x, y, z 皆為實數，且 $x^2+y^2+z^2=9$ ，求 $6x+2y+3z$ 之最大值是多少？
(A) 9 (B) 18 (C) 21 (D) 63 。
21. 下列何者為不等式 $(x^2+2x+7)(x+1)(x+2)<0$ 解的範圍？
(A) $-2<x<-1$ (B) $-1<x<0$ (C) $0<x<1$ (D) $1<x<2$ 。
22. 設矩陣 $A=\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，若 A 的反矩陣 (A^{-1}) 為 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $c+d=?$
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 。
23. 某國家國會大選，某新聞媒體公布最新民意調查資料如下：

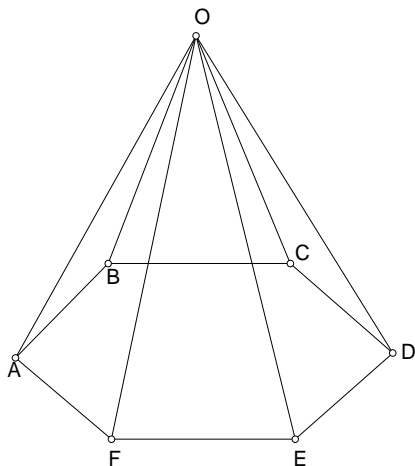
政黨傾向 \ 各項比率	佔選民的比率	支持廢除死刑的比率	反對廢除死刑的比率	未明顯表達意見的比率
A 黨	40%	60%	20%	20%
B 黨	40%	20%	40%	40%
無特定政黨傾向	20%	40%	20%	40%

若已知一位民調受訪者支持廢除死刑，試問該民調受訪者無特定政黨傾向的機率是多少？

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{7}$ 。
24. 擲三枚相同且均勻的銅板各一次，每個銅板出現正面與反面出現的機會均等，則在已知至少出現一個正面的情形下，求恰好出現兩個正面的機率是多少？
(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{3}{8}$ 。

25. 如圖，設有一個正六角錐 O-ABCDEF，底面是邊長為 r 的正六邊形，側面是六個全等的等腰三角形，若 $\overline{OA} = 6$ ，試問當 r 是多少時，正六角錐 O-ABCDEF 的體積會最大？

[提示：正六角錐的體積 = $\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times \text{高}$]



- (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{6}$ (D) $2\sqrt{6}$ 。
26. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ，若 $A^3 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ ，則 $b = ?$
- (A) 6 (B) 9 (C) 18 (D) 27 。
27. 若空間中平面 E 過點 A(2,1,-1)、B(1,1,2) 二點且與平面 $7x+4y-4z=0$ 垂直，則平面 E 的方程式為何？
- (A) $12x+17y+4z-37=0$ (B) $12x-17y+4z-3=0$ (C) $12x+17y-4z-21=0$ (D) $12x-17y-4z+13=0$ 。
28. 設函數 $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ ，下列何者是函數 $y = f(x)$ 圖形的反曲點坐標？
- (A) (0,-2) (B) (1,2) (C) (2,0) (D) (3,-2) 。
29. 設由函數 $f(x) = x^2$ 與 $x=1$ 、 $x=2$ 、 $y=0$ 所圍成的區域為 R，則區域 R 的面積是多少？
- (A) 2 (B) 3 (C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{8}{3}$ 。
30. 設由函數 $f(x) = \sqrt{x}$ 與 $x=1$ 、 $y=0$ ，所圍成的區域為 R，求區域 R 繞 x 軸旋轉的旋轉體體積是多少？
- (A) $\frac{1}{2}\pi$ (B) $\frac{1}{3}\pi$ (C) 2π (D) 3π 。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題 4 分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，下列哪些是正確的？

- (A) $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 = 1$
 (B) $\omega^{10} = 1$
 (C) $(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^3)(1 - \omega^4) = 1$
 (D) $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^3)(1 + \omega^4) = 1$
 (E) $\frac{1}{1 + \omega} + \frac{1}{1 + \omega^2} + \frac{1}{1 + \omega^3} + \frac{1}{1 + \omega^4} = 1$ 。

32. 下列哪些函數的圖形與函數 $y = \log_2 x$ 圖形的交點恰有 1 個？

- (A) $y=2$ (B) $y = -x+2$ (C) $y = x+2$ (D) $y = 2^x$ (E) $y = \log_{0.5} x$ 。

33. 在空間中下列哪些式子表示為一直線？

- (A) $z=3$ (B) $2x+3y=6$ (C) $\frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{4-z}{-1}$
- (D) $\begin{cases} x-y-z=7 \\ 2x+y-z=9 \end{cases}$ (E) $\begin{cases} x=2-6t \\ y=5 \\ z=-9+8t \end{cases}, t \in R$ 。

34. 下列選項中，哪些函數在 $x=1$ 的導數存在？

- (A) $f(x)=(x-1)^3$ (B) $f(x)=|x-1|$ (C) $f(x)=x+2$ (D) $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$
- (E) $f(x)=x^2-2x+1$ 。

35. 下列選項中，哪些行列式的值等於 0？

- (A) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 30 & 60 & 90 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 \end{vmatrix}$
- (E) $\begin{vmatrix} 6 & -9 & 3 \\ 14 & 20 & -34 \\ -56 & 23 & 33 \end{vmatrix}$ 。

36. 設函數 $f(x)=x^3-3x^2+7$ ，則函數 $y=f(x)$ 的圖形在下列哪些區間遞增？

- (A) $(-2,-1)$ (B) $(-1,0)$ (C) $(0,1)$ (D) $(1,2)$ (E) $(2,3)$ 。

37. 設 $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ 且 $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ，則下列哪些函數值是正確的？

- (A) $\sin \theta = \frac{4}{5}$ (B) $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (C) $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$
- (D) $\cos 2\theta = \frac{-7}{25}$ (E) $\sin 2\theta = \frac{-24}{25}$ 。

38. 設 $|x|+2|y| \leq 4$ 所圍成的區域為 R ， $P(x,y)$ 為區域 R 中任意一點，則下列哪些是正確的？

- (A) 區域 R 的面積是 16 (B) $x+y$ 的最大值是 4
- (C) $x-y$ 的最小值是 -4 (D) $x+3y$ 的最大值是 6
- (E) $x-3y$ 的最小值是 -6 。

39. 設函數 $f(x)=2x^3+6x^2+13$ ，則函數 $y=f(x)$ 的圖形在 x 等於多少時有極值？

- (A) $x=-4$ (B) $x=-3$ (C) $x=-2$ (D) $x=-1$ (E) $x=0$ 。

40. 設袋中有 60 個相同的球，編號為 1 到 60 的連續正整數，自袋中任取一球，每一個球被取到的機會均等。若取出球的號碼為 k 的倍數的事件稱為 A_k ，則下列哪些選項中的事件為獨立事件？

- (A) A_2, A_3 (B) A_3, A_7 (C) A_2, A_7 (D) A_2, A_3, A_5 (E) A_2, A_3, A_7 。