

臺灣警察專科學校專科警員班第二十八期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。

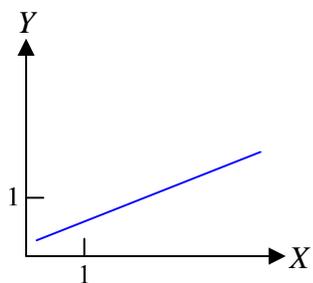
（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 設 α, β 為 $x^2 + 2x + 9 = 0$ 之二根，則 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 =$
(A) -8 (B) -4 (C) 4 (D) 8
2. 複數平面上所有滿足 $|z + 2 - 3i| = 1$ 的點所形成的圖形為何？
(A) 一直線 (B) 二點 (C) 一點 (D) 一圓
3. 試計算 $19^6 - 18 \times 19^5 - 16 \times 19^4 - 50 \times 19^3 - 132 \times 19^2 + 4$ 之值 =
(A) 23 (B) 33 (C) 365 (D) 375
4. 已知 $\log x$ 的首數與 $\log 325.78$ 的首數相同， $\log x$ 的尾數與 $\log 5.082$ 的尾數相同，則 $x =$
(A) 325.082 (B) 508.2 (C) 5.78 (D) 3.2578
5. 已知 $\triangle ABC$ 之三邊長 $a = 3, b = 4, c = \sqrt{13}$ ，則其外接圓半徑為
(A) $\sqrt{\frac{3}{13}}$ (B) $\sqrt{\frac{4}{13}}$ (C) $\sqrt{\frac{13}{3}}$ (D) $\sqrt{\frac{13}{4}}$
6. 化簡 $\frac{\sin(270^\circ + \theta) \tan(180^\circ + \theta) \cos(90^\circ - \theta)}{\cos(270^\circ + \theta) \tan(540^\circ + \theta)} =$
(A) $\sin \theta$ (B) $\cos \theta$ (C) $-\sin \theta$ (D) $-\cos \theta$
7. 設 $\cos \theta = \frac{4}{5}$ 且 $\frac{7}{2}\pi < \theta < 4\pi$ ，則 $\sin \frac{\theta}{2} =$
(A) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (B) $-\frac{3}{\sqrt{10}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (D) $-\frac{1}{\sqrt{10}}$
8. 設 A, B, C 三點不共線，點 P 與 A, B, C 三點共平面且 $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{6}{7}\overrightarrow{AC}$ 。
令 \overrightarrow{AP} 與 \overrightarrow{BC} 之交點為 M ，若 $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ， $x, y \in R$ ，則 $x =$
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$
9. 二向量 \vec{a}, \vec{b} 滿足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, |\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{13}$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為
(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 120°
10. 關於空間中一點 $P(-1, 2, -3)$ ，下列敘述何者正確？
(A) P 點到 xy 平面的距離為 $\sqrt{5}$
(B) P 點到 x 軸的距離為 $\sqrt{13}$
(C) P 點到平面 $E: x - 2y + z + 3 = 0$ 的距離為 $\frac{5}{6}$
(D) P 點到空間中另一點 $Q(0, 1, -2)$ 的距離為 3

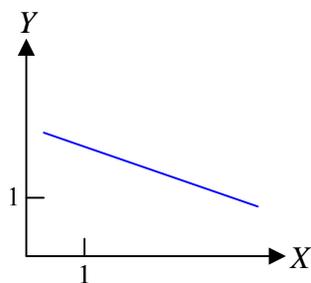
11. 空間中兩平行平面 $2x - y + 2z - 1 = 0$, $4x - 2y + 4z + 3 = 0$ 的距離為
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$
12. 設空間中兩平面 $x - 2y + 3z + 1 = 0$, $2x - y + z + 2 = 0$ 交於一直線 L ,
若 $(1, a, b)$ 為 L 的方向向量, 則 $a + b =$
(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5
13. 若一圓通過 $P(4, 5)$ 且與圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ 有相同的圓心 (a, b) , 則
(A) 圓心為 $(-2, 1)$ (B) 半徑為 $2\sqrt{10}$ (C) $a + b = 2$ (D) 兩圓所夾環狀區域面積 > 150
14. 設 $F_1(2, -4)$, $F_2(2, 2)$, 則平面上滿足 $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 6$ 之 P 點軌跡為
(A) 一橢圓 (B) 一對雙曲線 (C) 一線段 (D) 無圖形
15. 已知雙曲線 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 上一點 P 到其中一焦點 F_1 的距離為 6, 那麼 P 到另一焦點 F_2 的距離是多少?
(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16
16. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 之遞迴關係式為: $a_1 = -1$, $a_2 = 3$, $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$, $n \geq 3$, 求 $a_6 =$
(A) 75 (B) 74 (C) 23 (D) 22
17. 下列有關抽樣方法的敘述, 何者較適當?
(A) 需要抽取大量樣本時可使用簡單隨機抽樣簡化抽樣程序。
(B) 系統抽樣適用於具週期性的母群體。
(C) 作分層抽樣時應使層內個體間之差異愈大愈好。
(D) 作部落抽樣時應使群與群之間差異愈小愈好。
18. 下列敘述何者正確?
(A) 欲檢驗基隆河水污染的情形, 應採用抽查的方式較適合。
(B) 欲測量臺灣最高建築臺北 101的高度, 須應用抽樣方法。
(C) 作統計抽樣調查時, 抽取 10 萬個樣本所得之統計結果,
一定比僅抽取 1 萬個樣本所得之統計結果更能反應出母群體的特性。
(D) 學務處每學期皆由各班抽出 3 人檢查週記, 已知小建這學期在抽查名單之中,
則他下學期再被抽中的機率應會降低。
19. 若某校 1000 位學生的國文成績平均分數是 70 分, 標準差是 5 分。若已知成績分布呈現常態分配, 試問全校約有多少同學的國文成績低於 60 分?
(A) 約 320 人 (B) 約 160 人 (C) 約 50 人 (D) 約 25 人
20. 同時投擲 3 個硬幣, 若出現 3 正面可得 18 元、2 正面可得 12 元、1 正面可得 6 元, 為了公平起見 (期望值為 0), 出現 3 反面時應賠多少元?
(A) 18 元 (B) 36 元 (C) 54 元 (D) 72 元
21. 某種診斷方法可有效的檢驗出初期的癌症, 依過去的經驗知道, 該方法對於癌症患者的檢出率高達 0.95, 同時對於健康的人誤判為罹癌者的比例亦低至 0.05。假設一群人中有 5% 的人罹患癌症, 現從中任選一人加以檢驗, 若此人被檢驗出患有癌症, 求此人確實罹癌的機率。
(A) 0.05 (B) 0.5 (C) 0.75 (D) 0.95

22. 生研社的同學根據所養的 100 隻天竺鼠之身長與體重，分別作其體重對身長的迴歸直線如下圖。已知 X 代表身長（ X' 為其標準化數據）、 Y 代表體重（ Y' 為其標準化數據），請選出合理的圖形。

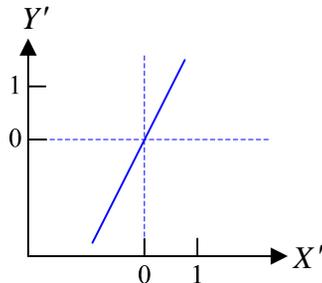
(A)



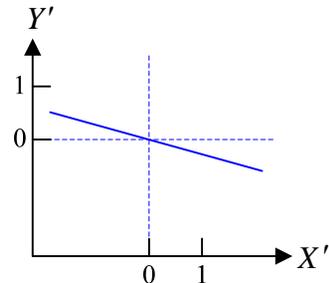
(B)



(C)



(D)



23. 下列哪一個矩陣不存在反矩陣？

- (A) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$

24. 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $3A - 2X = 4B$, 則 $a =$

- (A) $-\frac{7}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{27}{2}$

25. 設 A, B, C 均為二階方陣， I 為二階單位方陣、 O 為二階零矩陣，則下列敘述何者正確？

- (A) 若 $A^2 = I$, 則 $A = I$ 或 $A = -I$
 (B) 若 $A^2 = O$, 則 $A = O$
 (C) 若 $AB = AC$, 則 $A = B$
 (D) 若 $AB = O$ 且 $|A| \neq 0$, 則 $B = O$

26. 設 $x, y \in R$ 滿足 $2x + 3y = 5$, 則 $x^2 + 4y^2$ 之最小值為

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

27. 下列哪一個不等式的解為任意實數？

- (A) $x^2 - 3x + 1 > 0$ (B) $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ (C) $-x^2 - 4x + 2 \leq 0$ (D) $-x^2 + 2x + 1 < 0$

28. 若二次不等式 $ax^2 + bx + 2 \geq 0$ 的解為 $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$, 則 $a + b =$

- (A) 5 (B) -5 (C) 1 (D) -1

29. 若點 $P(a, b)$ 在三直線 $L_1: x - y + 2 = 0$, $L_2: 2x + 3y - 6 = 0$, $L_3: x - 2y - 5 = 0$ 所圍成的三角形區域內，則下列何者為真？

- (A) $a - b \geq -2$, $2a + 3b \leq 6$, $a - 2b \geq 5$
 (B) $a - b \leq -2$, $2a + 3b \geq 6$, $a - 2b \geq 5$
 (C) $a - b \geq -2$, $2a + 3b \leq 6$, $a - 2b \leq 5$
 (D) $a - b \leq -2$, $2a + 3b \geq 6$, $a - 2b \leq 5$

30. 設 $x, y > 0$ 滿足 $3x + y - 8 = 0$, 則 x^3y 的最大值為

- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 我國的農曆以天干（甲乙丙丁戊己庚辛壬癸）、地支（子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥）記年，則自民國31年到民國90年（辛巳年）中，有哪些記年未曾用過？
 (A) 甲戌 (B) 己午 (C) 庚寅 (D) 壬巳 (E) 癸酉
32. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一個數列，共有 50 項，則下列敘述何者正確？
 (A) 已知 $a_1=1, a_2=4, a_3=7$ ，則 $a_4=10$
 (B) 令 $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$ ，則 $a_n=S_n-S_{n-1} \quad \forall n \in N, n \leq 50$
 (C) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，則 $\langle a_n \rangle$ 不會是等比數列
 (D) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，則 a_1, a_4, a_7, a_{10} 亦為等差數列
 (E) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，則 $a_1+a_2, a_3+a_4, a_5+a_6, a_7+a_8$ 亦為等比數列
33. 下列哪些無窮數列為收斂數列？
 (A) $\langle 6 \rangle$ (B) $\langle 3 \times (-1)^n \rangle$ (C) $\langle \frac{7n^2+17^{100}}{3n^2-1} \rangle$ (D) $\langle \frac{3^{2n}}{5^n} \rangle$ (E) $\langle \frac{\log n}{2^n} \rangle$
34. 不論 x 為任何實數值， $\frac{2x^2-ax+b}{3x^2+x+3}$ 之值恆為一定數 k ，則
 (A) $k=\frac{1}{3}$ (B) $a=\frac{2}{3}$ (C) $b=2$ (D) $3a+b=0$ (E) $ab>0$
35. 下列式子哪些是正確的？
 (A) $\log_2 3 \times \log_3 5 = \log_2 5$ (B) $\log_3 2 + \log_3 4 = \log_3 8$ (C) $\log_5 7 - \log_5 9 = \frac{\log_5 7}{\log_5 9}$
 (D) $\log_2 5 \times \log_2 7 = \log_2 35$ (E) $\log_4 27 = \frac{3}{2} \log_2 3$
36. 若 a, b, c 分別表 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長，則下列條件何者恰可決定一個三角形？
 (A) $b=2, c=3, \angle A=45^\circ$ (B) $a=1, b=2, c=3$
 (C) $\angle A=\angle B=55^\circ, c=3$ (D) $a=5, \angle C=45^\circ, \triangle ABC=10$
 (E) $b=3, c=4, \angle B=60^\circ$
37. 下列哪些極坐標表示相同的點？
 (A) $[3, \frac{\pi}{3}]$ (B) $[3, -\frac{\pi}{3}]$ (C) $[3, \frac{2\pi}{3}]$ (D) $[3, -\frac{5\pi}{3}]$ (E) $[3, \frac{7\pi}{3}]$
38. 關於直線 $L: 2x-3y+1=0$ ，下列敘述何者正確？
 (A) L 之斜率為 $\frac{2}{3}$ (B) $(4, -6)$ 為 L 之法向量 (C) $(\frac{3}{2}, 1)$ 為 L 之方向向量
 (D) L 之參數式為 $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-3t \end{cases}, t \in R$ (E) L 與直線 $M: 3x-2y+1=0$ 垂直
39. 設 A, B 為獨立事件，已知 $P(A)=\frac{1}{3}, P(A \cup B)=\frac{3}{4}$ ，則下列何者正確？
 (A) $P(B)=\frac{5}{12}$ (B) $P(A \cap B)=\frac{5}{24}$ (C) $P(A' \cup B')=\frac{19}{24}$ (D) $P(A|B) > \frac{1}{3}$ (E) $P(B) > \frac{1}{2}$
40. 某座海島上所有的食物皆由 A, B, C 三間海產店供應，根據在地人提供的調查記錄，原本選擇在 A 店消費的顧客，次月仍選擇在 A 店消費的比例有 80%，有 10% 會改至 B 店消費，剩餘 10% 則選擇至 C 店消費；原本選擇在 B 店消費的顧客，次月仍選擇在 B 店消費的比例有 50%，有 30% 會改至 A 店消費，剩餘 20% 則選擇至 C 店消費；原本選擇在 C 店消費的顧客，次月仍選擇在 C 店消費的比例有 60%，有 20% 會改至 A 店消費，剩餘 20% 則選擇至 B 店消費。請問長期而言，下列關於三間海產店市佔率 P_A, P_B, P_C 的估計何者正確？
 (A) $P_A > P_B > P_C$ (B) $P_A > P_B + P_C$ (C) $P_A + P_B + P_C = 1$ (D) $P_A > 0.6$
 (E) $|P_B - P_C| < 0.1$