

志聖 104 公務人員高等考試試題

類 科：衛生行政、食品衛生檢驗、衛生技術、漁業技術、養殖技術、海洋資源

科 目：生物統計學

考試時間：2 小時

准考證：_____

- 一、 假設全臺灣成年女性體重的分布為常態分布，體重平均 (mean) 以符號 μ 表示，體重變異數 (variance) 以符號 σ^2 表示，標準差 (standard deviation, SD)。今從全臺灣成年女性中隨機抽出 9 個人，分別為 48、49、50、51、52、53、54、55、56 公斤，請回答下列問題：(每小題 4 分，共 20 分)
- (一) 樣本平均值。
 - (二) 樣本變異數 (使用無偏估計方法)。
 - (三) 樣本標準差 (standard deviation, SD)。
 - (四) 標準誤 (standard error, SE)。
 - (五) 標準誤之值很大，反應出何種意義？

【擬答】

(一)

$$\bar{X} = \frac{48 + 49 + 50 + 51 + 52 + 53 + 54 + 55 + 56}{9} = 52$$

(二)

$$s^2 = \{(48 - 52)^2 + (49 - 52)^2 + (50 - 52)^2 + (51 - 52)^2 + (52 - 52)^2 + (53 - 52)^2 + (54 - 52)^2 + (55 - 52)^2 + (56 - 52)^2\} \div (9 - 1) = 7.5$$

(三)

$$s = \sqrt{7.5} = 2.738$$

(四)

$$s_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2.738}{\sqrt{9}} = 0.91287$$

(五)

標準誤之值很大，表示抽樣的樣本之間數值變化較大。

二、已知某族群之身高呈常態分布，且變異數（variance，以符號表示為 σ^2 ）為 64，但不確定族群的平均（mean，以符號表示為 μ ）是 168 公分或 173 公分，小明決定從族群中隨機抽取 16 個樣本來進行假說檢定，並以 $\mu=168$ 當虛無假說，以 $\mu=173$ 當對立假說。小明直覺上知道抽出來的樣本平均值大到某個程度（例如樣本平均值比 K 值大）就可以拒絕 $\mu=168$ 虛無假說，如果假說檢定是單尾檢定，且設第一型錯誤 $\alpha=0.05$ 。請回答下列問題：（每小題 5 分，共 20 分）

(一) 請問 K 值為何？

(二) 請問此檢定的第二型錯誤 (β) 為何？

(三) 此檢定的統計檢定力 (Statistical Power) 為何？

(四) 如果 K 值固定，有什麼辦法可讓第一型錯誤 α 與第二型錯誤 β 同時變小？

【擬答】

$$H_0: \mu = 168 \text{ vs } H_1: \mu = 173$$

(一)

$$K = 168 + 1.645 \times \frac{8}{\sqrt{16}} = 171.29$$

(二)

$$\beta = P(\text{不拒絕 } H_0 | H_1 \text{ 為真}) = P(\bar{X} < 171.29 | \mu = 173) = P(Z < -0.855) = 0.1977$$

(三)

$$\text{統計檢定力} = 1 - \beta = 1 - 0.1977 = 0.8023$$

(四)

如果 K 值固定，只有增加抽樣樣本數才可以讓第一型錯誤與第二型錯誤同時變小。

- 三、某研究想了解男性血壓與女性血壓是否相同，分別隨機獨立取了男性 8 位，樣本平均血壓 140（毫米汞柱），女性 8 位，樣本平均血壓 135（毫米汞柱），假設男女性的族群變異數相等，且均為常態分布，而共同樣本標準差（pooled sample standard deviation，以符號 S_p 表示）經計算為 4，請回答下列問題：
- (一)請寫出虛無假說及對立假說。(4 分)
 - (二)請計算 t 值。(2 分)
 - (三)本檢定自由度為何？(2 分)
 - (四)說明檢定結果。(2 分)
 - (五)請計算 $\mu_{男} - \mu_{女}$ 的 95%信賴區間。(2 分)
 - (六)如何由所算出的 $\mu_{男} - \mu_{女}$ 的 95%信賴區間判斷統計顯著性？(3 分)

【擬答】

(一)

$$H_0: \mu_{男} = \mu_{女} \quad \text{vs} \quad H_1: \mu_{男} \neq \mu_{女}$$

(二)

$$T = \frac{(140 - 135) - 0}{\sqrt{16 \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right)}} = 2.5$$

(三)

$$n_1 + n_2 - 2 = 8 + 8 - 2 = 14$$

(四)

$$CR = \{T \geq 2.145 \text{ 或 } T \leq -2.145\}$$

$$T = 2.5 \in CR \text{ 拒絕 } H_0$$

在 $\alpha = 0.05$ 顯著水準下，男性與女性血壓平均值有顯著差異。

(五)

$\mu_{男} - \mu_{女}$ 之 95%信賴區間如下：

$$\left[5 - t_{0.025}(14) \times \sqrt{16 \times \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right)}, 5 + t_{0.025}(14) \times \sqrt{16 \times \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right)} \right] = [0.71, 9.29]$$

(六)由(五)得知 $\mu_{男} - \mu_{女}$ 的信賴區間並未包含 0，故在 $\alpha = 0.05$ 顯著水準下，男性與女性血壓平均值有顯著差異。

- 四、過去媒體曾報導維他命 C 可能有助預防感冒，某社區男性 250 人中有 50 位有吃維他命 C 補充劑，女性 250 人中有 80 位有吃維他命 C 補充劑，請問性別與維他命 C 補充劑是否有關？（每小題 4 分，共 20 分）
- (一)請寫出虛無假說及對立假說。
- (二)請計算聯列表中各格子的期望次數。
- (三)請計算出卡方檢定值（不須連續性校正）。
- (四)本題之自由度為何？
- (五)請說明檢定結果。

【擬答】

(一)

H_0 ：性別與維他命補充劑無關

H_1 ：性別與維他命補充劑有關

(二)

	有吃維他命 C 補充劑	沒有吃維他命 C 補充劑	小計
男性	50 (65)	200 (185)	250
女性	80 (65)	170 (185)	250
小計	130	370	500

(三)

$$\chi^2 = \frac{(50 - 65)^2}{65} + \frac{(200 - 185)^2}{185} + \frac{(80 - 65)^2}{65} + \frac{(170 - 185)^2}{185} = 9.356$$

(四)

$$\nu = 1$$

(五)

$$CR = \{\chi^2 > 3.84\}$$

$$\chi^2 = 9.356 \in CR$$

拒絕 H_0 ，表示在 $\alpha = 0.05$ 水準下，性別與維他命補充劑有關。

五、小英想了解衛生行政、食品衛生檢驗、衛生技術、漁業技術、養殖技術及海洋資源領域的應考人，其生物統計學的程度是否相同，若以 A 至 F 表示各類別，分別抽取 30 位應考人進行單因子變異數分析，上述各領域的族群平均值依序為 μ_A 、 μ_B 、 μ_C 、 μ_D 、 μ_E 、 μ_F ，請回答下列問題：

(一)請寫出研究的虛無假說及對立假說。(6 分)

(二)若小明利用雙樣本獨立 t 檢定來回答六個領域的生物統計學的程度是否相同，那麼小明要做幾次的 t 檢定（只算組合不排列）？(4 分)

(三)小英的單因子變異數分析比較好，還是小明多次的 t 檢定比較好？(4 分)並請詳細說明為什麼？(6 分)

(四)請說明何時需要做事後檢定。(5 分)

【擬答】

(一)

$$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu_E = \mu_F$$

$$H_1: \mu_i \text{ 不全相同}$$

(二)

$$C_2^6 = 15$$

(三)

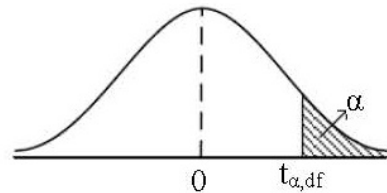
小明所做的多次 t 檢定比較好，因為多次 t 檢定當結論拒絕 H_0 時，可獲得相對較多的資訊，但是若不拒絕時 H_0 ，多次 t 檢定則會浪費太多計算時間與成本。

(四)

當結論拒絕 H_0 時，得結論為 μ_i 不全相同時，需要利用事後檢定才能得知六個類別兩兩之間統計程度是否相同。

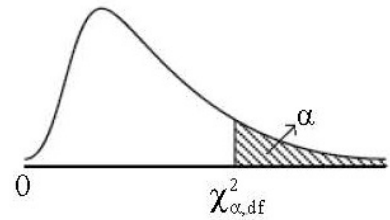
附表二 t 分配臨界值表

$$P(t_{df} > t_{\alpha,df}) = \alpha$$



df	α											
	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.710	15.890	31.820	63.660	127.30	318.30	636.60
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.090	22.330	31.600
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.210	12.920
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
z	0.674	0.841	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291

附表三 卡方分配臨界值表



$$P(\chi^2_{df} > \chi^2_{\alpha, df}) = \alpha$$

df	α									
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169