

101 年公務人員高考三等 衛生行政試題

等別：三等考試
類科：衛生行政
科目：生物統計學

- 一、某腫瘤科醫師以新方式治療 40 名腎臟癌的病患，在被治療的 40 名患者中，有 16 名存活至少 5 年。根據過往的經驗，腎臟癌的 5 年存活率約為 20%，請問新治療方式的存活率是否有顯著的改善？（10 分）

【擬答】

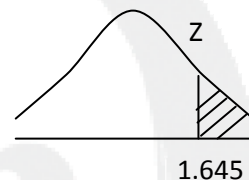
(一)本題看似以存活分析來作檢定，但事實上僅需作二項母體的比例檢定即可

假設 p 為腎臟癌 5 年存活率

$$H_0: p \leq 0.2 \quad H_1: p > 0.2$$

假設 $\alpha = 0.05$

$$Z^* = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{\frac{16}{40} - 0.2}{\sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{40}}} = 3.162 \in C$$



拒絕 H_0

所以有顯著證據說新治療方法有顯著的改善。

- 二、某隨機臨床試驗評估降血脂藥對冠狀動脈心臟病之影響，在追蹤研究對象 5.4 年的期間，發現 2221 名服用降血脂藥的治療組中，有 111 名發生冠狀動脈心臟病；另外 2223 名對照組 (placebo group) 中，則有 189 名發生冠狀動脈心臟病。

(一)請問治療組與對照組發生冠狀動脈心臟病之風險是否不同？（7 分）

(二)另請計算二組發生率差異之 95% 信賴區間。（8 分）

【擬答】

(一)假設治療組發生 CHD 的比例為 p_1 ，對照組發生 CHD 的比例為 p_2

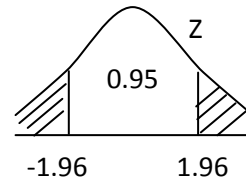
$$\hat{p}_1 = \frac{111}{2221} \quad \hat{p}_2 = \frac{189}{2223} \quad \hat{p} = \frac{111 + 189}{2221 + 2223} = \frac{300}{4444}$$

$$H_0: p_1 = p_2 \quad H_1: p_1 \neq p_2$$

假設 $\alpha = 0.05$

$$Z^* = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}} = \frac{\frac{111}{2221} - \frac{189}{2223}}{\sqrt{\frac{300}{4444} \times \frac{4144}{4444} \cdot \left(\frac{1}{2221} + \frac{1}{2223}\right)}} = -4.655 \in C$$

拒絕 H_0 ，有顯著的證據說
 治療組與對照組發生 CHD 的風險有差異



(二)兩組發生率差距 $p_1 - p_2$ 的 95%信賴區間為

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{m}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{111}{2221} - \frac{189}{2223}\right) \pm 1.96 \sqrt{\frac{111}{2221} \times \frac{2110}{2221} + \frac{189}{2223} \times \frac{2034}{2223}}$$

$$\Rightarrow [-0.0498, -0.0203]$$

三、某研究欲瞭解飲用水加氟前後學童蛀牙率之改變情形，選擇了 16 個飲用水加氟的社區做為研究區域，這些社區飲用水加氟前後，每百名學童沒有蛀牙之百分比如下表：

社區別	1	2	3	4	5	6	7	8
加氟後	49.2	30.0	16.0	47.8	3.4	16.8	10.7	5.7
加氟前	18.2	21.9	5.2	20.4	2.8	21.0	11.3	6.1

社區別	9	10	11	12	13	14	15	16
加氟後	23.0	17.0	79.0	66.0	46.8	84.9	65.2	52.0
加氟前	25.0	13.0	76.0	59.0	25.6	50.4	41.2	21.0

(一)請問加氟是否可以有效降低蛀牙率？(10分)

(二)社區在飲用水加氟前後蛀牙率改變之 95%信賴區間為何？(10分)

【擬答】

(一)設加氟前學童蛀牙率為 X_i ，加氟後學童蛀牙率為 Y_i

且 $D_i = X_i - Y_i$ ，而 $D_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(\mu_d, \sigma_d^2) \quad i = 1, 2, \dots, 10$

其中 μ_d 為加氟前後學童蛀牙率差值平均， σ_d^2 為加氟前後學童蛀牙率差值變異數

且

$d_i = X_i - Y_i = 31, 8.1, 10.8, 27.4, 0.6, 24.2, -0.6, -0.4, -2, 4, 3, 7, 21.2, 34.5, 24, 31$

得 $\bar{d} = 12.2125 \quad s_d = 13.6159$

$H_0: \mu_d = \mu_x - \mu_y \leq 0 \quad H_1: \mu_d > 0$

假設 $\alpha = 0.05$

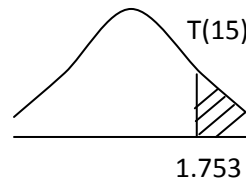
$$T^* = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{12.2125 - 0}{13.6159 / \sqrt{16}} = 3.588 \in C$$

拒絕 H_0 ，有顯著的證據說

水中加氟後學童蛀牙率有效降低

(二)加氟前後學童蛀牙率差值之 95% 信賴區間為

$$\begin{aligned} & \bar{d} \pm t_{\alpha/2} (16-1) \frac{s_d}{\sqrt{n}} \\ \Rightarrow & 12.2125 \pm 2.131 \cdot \frac{13.6159}{\sqrt{16}} \\ \Rightarrow & [4.9586, 19.4664] \end{aligned}$$



四、有 9 位婦女其月經週期分別為 31、28、26、24、29、33、25、26、28 天。

(一)請計算平均月經週期之 95% 信賴區間。(7 分)

(二)請檢定婦女月經週期是否少於 29.5 天？(8 分)

【擬答】

(一)先計算 $\bar{x} = 27.7778$ $s = 2.9059$

平均月經週期 μ 之 95% 信賴區間為

$$\begin{aligned} & \bar{x} \pm t_{0.025} (9-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \\ \Rightarrow & 27.7778 \pm 2.306 \cdot \frac{2.9059}{\sqrt{9}} \\ \Rightarrow & [25.54413, 30.0115] \end{aligned}$$

(二)若考慮雙尾信賴區間時，因為此信賴區間包含 29.5，

故沒有證據說月經週期平均值少於 29.5 天

但因為此問題為單尾的問題，故在此考慮單尾信賴區間

$$\begin{aligned} & \bar{x} + t_{0.05} (9-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \\ \Rightarrow & 27.7778 + 1.86 \cdot \frac{2.9059}{\sqrt{9}} \\ \Rightarrow & [0, 29.5795] \end{aligned}$$

單尾信賴區間仍包含 29.5，故沒有顯著證據說月經週期平均值少於 29.5 天

五、某研究者自三家區域醫院招募 33 名 40~60 歲的患者來參與某項臨床試驗。A 醫院之參與者有 11 人，年齡為 53 ± 3 歲；B 醫院之參與者有 12 人，年齡為 50 ± 4 歲；C 醫院之參與者有 10 人，年齡為 47 ± 5 歲。請問三家醫院患者之年齡是否有差異？（15 分）

【擬答】

$$SST = \sum \sum (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2 = \sum n_i (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2 = 188.727$$

$$SSE = \sum \sum (X_{ij} - \bar{X}_{i.})^2 = \sum (n_i - 1) S_i^2$$

$$= (11 - 1) \times 3^2 + (12 - 1) \times 4^2 + (10 - 1) \times 5^2 = 491$$

$$SSTO = SST + SSE = 679.727$$

ANOVA 表	SS	df	MS	F
Treatment	188.727	2	94.3635	5.766
Error	491	30	16.3667	
Total	679.727	32		

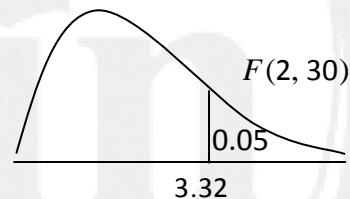
H_0 ：三間區域醫院患者的年齡沒有差異

H_1 ：三間區域醫院患者的年齡有差異

假設 $\alpha = 0.05$

$F^* = 5.766 \in C$ ，拒絕 H_0

有顯著證據說三間區域醫院患者的年齡有差異



六、解釋名詞與簡答題：

(一)何謂決定係數 (Coefficient of Determination) ? (3 分)

(二)何謂相關係數 (Correlation coefficient) ? (3 分)

(三)何謂迴歸係數 (Regression coefficient) ? (3 分)

(四)相關係數與迴歸係數有何定量的關係? (6 分)

【擬答】

(一)判定係數 R^2 (R-square) 為判斷簡單線性迴歸之模型優劣之量數，其衡量方式為由迴歸解釋變異佔總變異的百分比，即 $R^2 = \frac{SSR}{SSTO} \times 100\%$ 。 R^2 越大，表模型解釋度越佳。

(二)相關係數用來描述自變項與依變項之間正負變動關係與關連性強弱，可採用相關係數來衡量之。其中屬量變數可利用皮爾森相關係數來量化兩變項之間的關聯性。

$$r_{X,Y} = \frac{SS_{XY}}{\sqrt{SS_X SS_Y}} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

(三)迴歸係數即是利用最小平方方法(亦可使用 MLE 法)求得之迴歸方程式斜率項的估計值。

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{XY}}{SS_X} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

$$(四) \hat{\beta}_1 = \frac{SS_{XY}}{SS_X} = \frac{SS_{XY}}{\sqrt{SS_X \cdot SS_Y}} \cdot \sqrt{\frac{SS_Y}{SS_X}} = r_{X,Y} \sqrt{\frac{SS_Y}{SS_X}} = r_{X,Y} \cdot \frac{S_Y}{S_X}$$

可看出 $\hat{\beta}_1$ 與 $r_{X,Y}$ 同號，亦即迴歸係數與相關係數呈正相關。

七、解剖阿茲海默症病人的屍體，秤其腦重，結果顯示腦重之分布呈常態分布，平均為 1077 克，標準差為 106 克。相較正常人之腦重平均為 1250 克，請問阿茲海默症病人腦重超過 1250 克之百分比為多少？(10 分)

$$\begin{aligned} t_{5,0.95} &= 2.015, & t_{5,0.975} &= 2.571, & t_{6,0.95} &= 1.943, & t_{6,0.975} &= 2.447, & t_{8,0.95} &= 1.860, & t_{8,0.975} &= 2.306, \\ t_{9,0.95} &= 1.833, & t_{9,0.975} &= 2.262, & t_{10,0.95} &= 1.812, & t_{10,0.975} &= 2.228, & t_{15,0.95} &= 1.753, & t_{15,0.975} &= 2.131, \\ t_{16,0.95} &= 1.746, & t_{16,0.975} &= 2.120 \\ X_{1,0.95}^2 &= 3.84, & X_{1,0.975}^2 &= 5.02, & X_{2,0.95}^2 &= 5.99, & X_{2,0.975}^2 &= 7.38 \\ F_{2,30,0.95} &= 3.32, & F_{2,30,0.975} &= 4.18, & F_{3,33,0.95} &= 2.89, & F_{3,33,0.975} &= 3.54 \\ F_{2,53,0.95} &= 3.17, & F_{2,53,0.975} &= 3.96 \end{aligned}$$

【擬答】

假設 X 代表腦重

$$X \sim N(\mu = 1077, \sigma^2 = 106^2)$$

$$P(X > 1250) = P\left(Z > \frac{1250 - 1077}{106}\right) = P(Z > 1.63) = 0.0516$$

(註：本試卷並未附常態分配查表值)

標準常態分布表



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6879	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7224	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7549	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7852	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8133	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8389	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8621	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8830	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9015	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9177	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9319	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9441	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9545	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9633	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9706	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9767	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9817	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9857	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9890	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9916	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9936	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9952	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9964	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9974	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9981	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9986	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9990	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998