

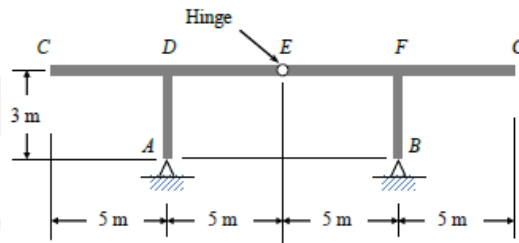
106 年專技高考土木技師考試試題

類科：土木技師

科目：結構分析(包括材料力學與結構學)

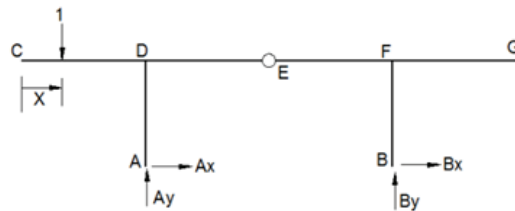
甲、申論題部分

一、請畫出下圖三鉸橋型剛構架之支承 A 的水平反力 (A_x) 與垂直反力 (A_y)，及 E 點剪力 (V_E) 的影響線(Influence line)，並分別標示出 C、D、E、F 及 G 點之值。(25 分)



【擬答】

如圖所示



單位力作用在 C 與 E 之間時，距 C 點 X 距離，得 A、B 反力分別為：

$$A_x = -B_x = \frac{X-5}{6}$$

$$A_y = \frac{7.5-0.5X}{5}$$

E 點剪力 $V_E = -(1-A_y)$

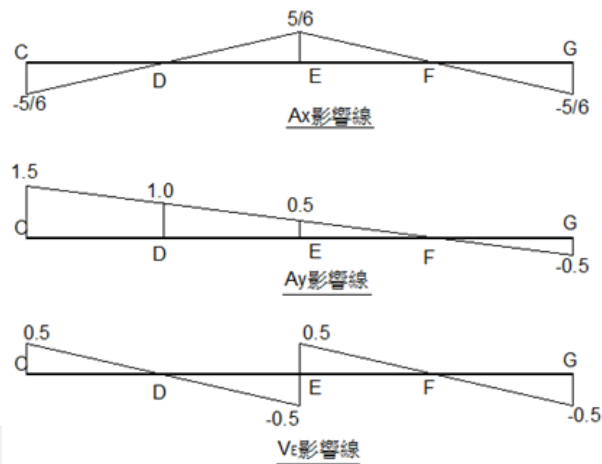
同理：單位力作用在 E 與 G 之間時，距 G 點 X 距離，得 A、B 反力分別為：

$$A_x = -B_x = \frac{X-5}{6}$$

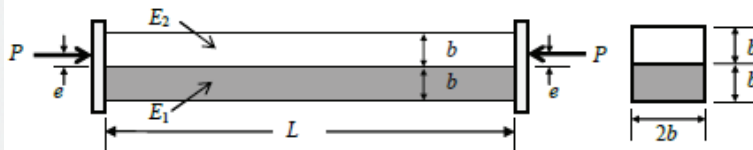
$$A_y = \frac{X-5}{5}$$

E 點剪力 $V_E = A_y$

由上述得影響圖：

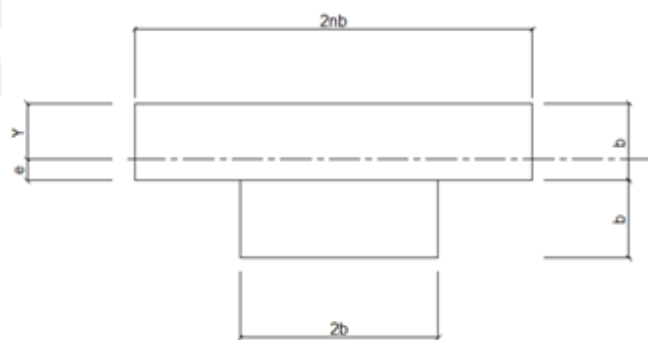


二、一雙材料之複合材料桿件，兩材料之彈性模數(modulus of elastic)分別為 E_1 與 E_2 ，其矩形斷面積為 $2b \times 2b$ (如圖示)。此桿件兩端受一偏心距為 e 之壓力 P 作用。若此時桿件僅受均勻的軸壓應力(無撓曲應力(flexural stress))作用。
試求分別作用於兩材料的軸力 P_1 與 P_2 ，及偏心距 e 。(25 分)



【擬答】

(一)壓力 P 作用於形心位置時，桿件僅受均勻的軸壓應力(無撓曲應力(flexural stress))
偏心偏上緣，判別 $E_2 > E_1$ ，轉換斷面如圖：



$$n = \frac{E_2}{E_1}$$

設形心位置距上緣 Y

$$Y = \frac{2nb \times b \times \frac{b}{2} + 2b \times b \times \frac{3}{2}b}{2nb \times b + 2b \times b} = \frac{n+3}{2n+2}b$$

$$e = b - Y = b - \frac{n+3}{2n+2}b = \frac{n-1}{2(n+1)}b = \frac{E_2 - E_1}{2E_1 + E_2}b$$

(二) 作用於兩材料的軸力 P_1 與 P_2

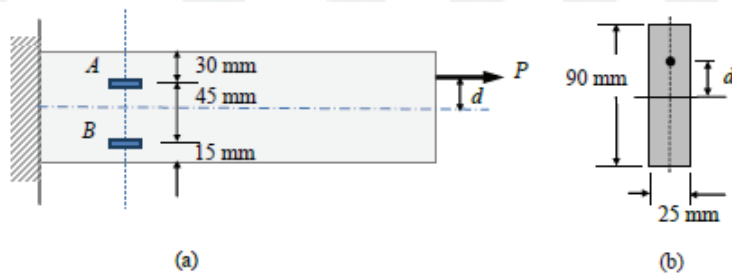
所有桿件並聯作用，各桿件的內力分配與勁度成正比。

$$k_1 : k_2 = \frac{AE_1}{L} : \frac{AE_2}{L} = E_1 : E_2$$

$$P_1 = \frac{E_1}{E_1 + E_2}P$$

$$P_2 = \frac{E_2}{E_1 + E_2}P$$

三某矩形斷面梁受偏心載重 P 作用如下圖(a)所示，其斷面如圖(b)所示。已知其剪力彈性係數 G 為 $75GPa$ ，波松比(Poisson's ratio) ν 為 0.333 。若某垂直段面上 A、B 兩點之應變分別為 $\varepsilon_A = 350\mu$ ， $\varepsilon_B = -70\mu$ 。試求此偏心距 d (mm) 及作用力 P (kN) 之值。(25 分)



【擬答】

(一) 彈性模數 E ，慣性矩 I

$$E = 2G(1 + \nu) = 2 \times 75 \times (1 + 0.333) = 199.95GPa$$

$$I = \frac{1}{12} \times 25 \times 90^3 = 1518750mm^4$$

(二) A、B 點應力值：

$$\sigma_A = E \times \varepsilon_A = 199.95 \times 350 \times 10^{-6} = 69.9825MPa$$

$$\sigma_B = E \times \varepsilon_B = 199.95 \times (-70) \times 10^{-6} = -13.9965MPa$$

(三) 偏心距 d 及作用力 P 值：

$$\sigma_A = \frac{P}{A} + \frac{Pd(15)}{I} = \frac{P}{25 \times 90} + \frac{Pd(15)}{1518750} = 69.9528MPa$$

▶▶GO FIGHT WIN

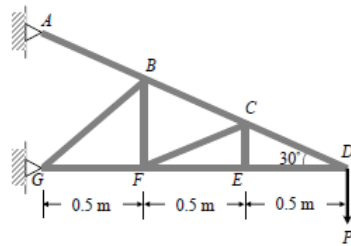
$$\sigma_B = \frac{P}{A} - \frac{Pd(30)}{I} = \frac{P}{25 \times 90} - \frac{Pd(30)}{1518750} = -139965 \text{MPa}$$

由上二式解得

$$P = 94.48 \text{kN}$$

$$d = 30 \text{mm}$$

四下圖桁架其材料彈性係數 E 為 200GPa ，所有桿件之斷面積均為 150mm^2 ，於 D 點施加 $P = 4 \text{kN}$ 力作用。試求出此桁架之總應變能 U ，並利用求出之應變能計算 D 點之垂直位移 $\delta_D (\text{mm})$ 。(25 分)



【擬答】

(一)桁架之總應變能 U ，桿件 BG 、 BF 、 CE 、 CF 為零桿

$$L_{AD} = 1.732 \text{m}, L_{DG} = 1.5 \text{m}$$

$$E = 200 \text{GPa}, A = 150 \text{mm}^2$$

桿件內力

$$S_{AD} = +2P$$

$$S_{DG} = -\frac{P}{\sqrt{3}}$$

總應變能

$$U = \sum \frac{P^2 L}{2AE} = \frac{(2P)^2 \times 1.732}{2AE} + \frac{(-P/\sqrt{3})^2 \times 1.5}{2AE} = \frac{22.284P^2}{6AE}$$

$$U = \frac{22.284 \times 4000^2}{6 \times 200 \times 10^3 \times 150} = 1980.8 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

(二) D 點之垂直位移，由卡式第二定理：

$$\delta_D = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{44.568P}{6AE} = \frac{44.568 \times 4000}{6 \times 200 \times 10^3 \times 150} = 0.9904 \text{mm} (\downarrow)$$

祝金榜題名