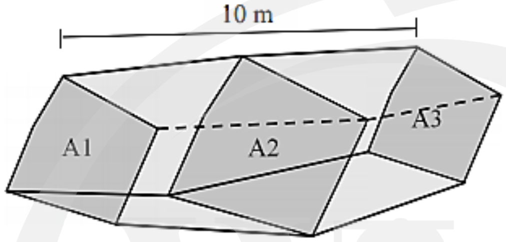
109 年專技高考 土木技師試題

等　　別：高等考試
類　　科：土木工程技師
科　　目：工程測量(包括平面測量與施工測量)

一、如下圖所示之土體，已知每五公尺間隔之斷面面積分別為 $A1=10\pm0.1m^2$、$A2=15\pm0.1m^2$ 以及 $A3=13\pm0.1m^2$，請以稜柱體法計算其體積以及體積之標準誤差，並說明計算之假設條件。(25 分)



《考題難易》★★★
《破題關鍵》關鍵字：體積中誤差，誤差傳播定律。
重點提要：欲使用誤差傳播定律，必須是獨立與隨機誤差。
《命中特區》書名：2019 土木測量學｜作者：賴明
章節出處：第一章 測量概論，第 5 節 誤差傳播定律之應用。

【擬答】:

已知：面積觀測中誤差 $\sigma_{A_1}=\sigma_{A_2}=\sigma_{A_3}=\sigma_o=\pm0.1m^2$

(一) 以稜柱體法，計算土體體積及其標準誤差 $V\pm\sigma_V$：

體積 $V=\dfrac{A_1+4A_2+A_3}{6}\times10=\dfrac{5}{3}(A_1+4A_2+A_3)=\dfrac{5}{3}\times(10+4\times15+13)=138.33m^3$，

$\dfrac{\partial V}{\partial A_1}=\dfrac{5}{3}=\dfrac{\partial V}{\partial A_3}$，$\dfrac{\partial V}{\partial A_2}=\dfrac{5}{3}\times4$，以誤差傳播定律，計算體積之標準誤差 σ_V

$$\sigma_V=\pm\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial A_1}\right)^2\times\sigma_{A_1}{}^2+\left(\frac{\partial V}{\partial A_2}\right)^2\times\sigma_{A_2}{}^2+\left(\frac{\partial V}{\partial A_3}\right)^2\times\sigma_{A_3}{}^2}$$

$$\sigma_V=\pm\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2\times\sigma_o{}^2+\left(\frac{5}{3}\times4\right)^2\times\sigma_o{}^2+\left(\frac{5}{3}\right)^2\times\sigma_o{}^2}=\pm\frac{5}{3}\times\sigma_o\times\sqrt{1+16+1}$$

$$=\pm\frac{5}{3}\times 0.1\times\sqrt{18}=\pm 0.5\sqrt{2}$$
$$=\pm 0.71m^3$$

∴土體體積及其標準誤差=$138.33m^3 \pm 0.71m^3$

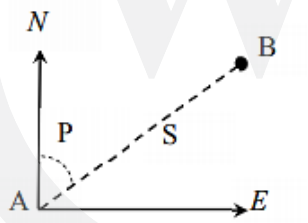
(二) 計算之假設條件：

1. 變數(觀測值) A_1, A_2, A_3 彼此之間為獨立、不相關的變數；亦即，彼此之間的相關係數為 0。
2. 變數(觀測值)的標準誤差 $\sigma_{A_1}, \sigma_{A_2}, \sigma_{A_3}$ 為隨機誤差(偶然誤差)。

   觀測值先經過：粗差的偵測，以 $|v_i| > |2m|$ 為原則，刪除第 i 個觀測值，m 為觀測值中誤差；亦即，剔除粗差(錯誤)的觀測值。

   觀測值再經過：誤差的平差改正，藉由物理關係(測量儀器的軸關係，儀器誤差)或是幾何條件(例如：三角形三內角和=180°)，進行觀測值的平差改正。亦即，消除系統誤差。

二、某人以測角精度 $\pm 5''$、測距精度 $\pm(2mm + 3ppm)$ 之全測站由 A 點 $(E_A, N_A) = (100.000m, 200.000m)$ 觀測 B 點坐標，得方位角 $\angle P$ 為 $45^0 30' 00''$，水平距 S 為 $320.051m$。請計算 B 點之坐標以及其精度。(25 分)



《考題難易》★★★

《破題關鍵》關鍵字：坐標中誤差，誤差傳播定律。重點提要：測距中誤差的計算。

《命中特區》書名：2019 土木測量學｜作者：賴明 ｜編號：測量學

章節出處：第五章 導線測量 之 四、導線測量基本觀念。

【擬答】:

(一) 計算 A,B 二點的水平距及其中誤差 $S \pm \sigma_S$

$$S = 320.051m = 0.320051km，\sigma_s = \pm\sqrt{2^2 + (3\times 0.320051)^2} = \pm 2.2mm = \pm 0.0022m$$

(二) A，B 二點的方位角及其中誤差 $\angle P \pm \sigma_{\angle P}''$

由已知：$\angle P = 45^0 30' 00''$，測角精度 $\pm 5''$，$\sigma_{\angle P} = \pm 5''$

㈢ 計算 $E_B \pm \sigma_{E_B}$

$$E_B = E_A + S \cdot \sin\angle P = 100.000 + 320.051 \times \sin 45°30'00'' = 328.277m$$

$$\frac{\partial E_B}{\partial S} = \sin\angle P \text{ , } \frac{\partial E_B}{\partial \angle P} = S \times \cos\angle P$$

$$\sigma_{E_B} = \pm\sqrt{(\frac{\partial E_B}{\partial S})^2 \times \sigma_S^2 + (\frac{\partial E_B}{\partial \angle P})^2 \times (\frac{\sigma_{\angle P''}}{\rho''})^2}$$

$$= \pm\sqrt{(\sin\angle P \times \sigma_S)^2 + (S \cdot \cos\angle P \cdot \sigma_{\angle P}'' / \rho'')^2}$$

$$\sigma_{E_B} = \pm\sqrt{(\sin 45°30'00'' \times 0.0022)^2 + (320.051 \times \cos 45°30'00'' \times 5'' / 206265'')^2}$$

$$= \pm 0.002m$$

㈣ 計算 $N_B \pm \sigma_{N_B}$

$$N_B = N_A + S \cdot \cos\angle P = 200.000 + 320.051 \times \cos 45°30'00'' = 424.327m$$

$$\frac{\partial N_B}{\partial S} = \cos\angle P \text{ , } \frac{\partial N_B}{\partial \angle P} = -S \cdot \sin\angle P$$

$$\sigma_{N_B} = \pm\sqrt{(\frac{\partial N_B}{\partial S})^2 \times \sigma_S^2 + (\frac{\partial N_B}{\partial \angle P})^2 \times (\frac{\sigma_{\angle P''}}{\rho''})^2}$$

$$= \pm\sqrt{(\cos\angle P \times \sigma_S)^2 + (-S \cdot \sin\angle P \cdot \sigma_{\angle P}'' / \rho'')^2}$$

$$\sigma_{E_B} = \pm\sqrt{(\cos 45°30'00'' \times 0.0022)^2 + (-320.051 \times \sin 45°30'00'' \times 5'' / 206265'')^2}$$

$$= \pm 0.002m$$

∴B 點坐標 $(E_B, N_B) = (328.277m, 424.327m)$

B 點坐標精度 $(\sigma_{E_B}, \sigma_{N_B}) = (\pm 0.002m, \pm 0.002m)$

三、已知某一水準儀之視準軸誤差為 $30'$(向下)，後視觀測之上、中、下絲水準尺讀數分別為 $1.038m$、$0.950m$、$0.862m$，前視觀測之上、中、下絲水準尺讀數分別為 $1.260m$、$1.010m$、$0.760m$。假設該水準儀之視距常數為 100，請計算該兩點之高程差值。(25 分)

《考題難易》★★★
《破題關鍵》關鍵字：視距測量、水準原理。
重點提要：視準軸誤差之改正。
《命中特區》書名：2019 土木測量學｜作者：賴明 ｜編號：測量學
章節出處：第四章 角度測量之第 3 節間接高程測量之二、光學距離測量

【擬答】：

已知：水準儀之視準軸誤差 $\sigma_\theta''=30'=1800''$(向下)。視距常數為 100

(一) 計算後視距離、後視的視準軸誤差值、改正後的後視

後視的標尺夾距=上絲讀數－下絲讀數，即 $a_1=1.038-0.862=0.176$

後視距離 $D_1=100a_1=100\times0.176=17.6m$

後視的視準軸誤差值 $\delta_1=D_1\times\sigma_\theta''/\rho''=17.6\times1800''/206265''=0.154m$

改正後的後視=中絲讀數+後視的視準軸誤差值，$b=0.950+0.154=1.104m$

(二) 計算前視距離、前視的視準軸誤差值、改正後的前視

前視的標尺夾距=上絲讀數－下絲讀數，即 $a_2=1.260-0.760=0.500$

前視距離 $D_2=100a_2=100\times0.500=50.0m$

前視的視準軸誤差值 $\delta_2=D_2\times\sigma_\theta''/\rho''=50.0\times1800''/206265''=0.436m$

改正後的前視=中絲讀數+前視的視準軸誤差值，$f=1.010+0.436=1.446m$

(三) 計算兩點間之高程差 Δh

$\Delta h=b-f=1.104-1.446=-0.342m$

四、大氣延遲所造成的誤差是影響全球導航衛星系統(GNSS)觀測成果品質的重要因素。請說明如何以差分觀測技術消除此誤差，請配合圖形解釋，並說明其適用條件或限制。(25 分)

《考題難易》★★★★
《破題關鍵》 關鍵字：GNSS、大氣延遲誤差。
重點提要：差分觀測技術消除誤差。
《命中特區》書名：2019 土木測量學｜作者：賴明 ｜編號：測量學
章節出處：第九章 衛星定位測量之四、GPS 衛星觀測量

【擬答】：

㈠ 大氣延遲的種類：大氣延遲的誤差包含電離層延遲與對流層延遲。

1. 電離層延遲：

⑴ 意義：電離層(*Ionosphere*)是大約分佈在地表 50 到 1000 公里的大氣層，其中散佈著大量的離子及游離電子。當衛星訊號通過電離層時，會受到這些離子及電子的影響，使得傳送路徑彎曲，造成訊號所經過路徑的距離，不等於衛星到接收儀的實際幾何距離。亦即，當衛星信號通過時，產生遲滯的現象，稱為電離層延遲。

⑵ 延遲的減低或消除：

①對於長基線：可使用雙頻接收儀，透過線性組合的方式，即可消除大部份的電離層延遲。如使用單頻接收儀，則加入電離層模式，予以改正。

②對於短基線：可假設基線兩端的電離層延遲量相似，藉由差分觀測技術消除延遲量。

2. .對流層延遲：

⑴ 意義：對流層(Troposphere)是地表上約 10 公里以內的大氣層，為中性大氣範圍。對流層延遲量之大小與溫度、濕度及氣壓有關；延遲量在天頂方向約為 1.9 公尺至 2.5 公尺，當衛星之仰角愈低，其延遲量愈大，當仰角為 10 度時，可達 20 公尺。

⑵ 延遲的減低或消除：

①避免採用低角度衛星測量。觀測時仰角設定在 15 度以上。

②採用對流層數學模式加以修正，如 *Hopfield* 等模式。

③引入對流層影響的附加待估參數，在數據處理中一併求解。

④在短基線(例如基線長度$<10Km$)，由於衛星信號通過對流層路徑相近、物理特性相似，所以藉由觀測量差分之方式(一次差、二次差)，可明顯減弱對流層折射影響。

㈡ 以差分觀測技術消除大氣延遲的誤差：

假設：於i ，j測站，觀測衛星k的載波相位觀測量方程式，如下(公尺)：

$$\Phi_i^k = \rho_i^k - \frac{I_i^k}{f^2} + T_i^k + \lambda N_i^k + c(dt_i - dT^k) + \varepsilon_i^k \text{，}$$

$$\Phi_j^k = \rho_j^k - \frac{I_j^k}{f^2} + T_j^k + \lambda N_j^k + c(dt_j - dT^k) + \varepsilon_j^k$$

式中；Φ：載波相位觀測量(公尺)。ρ：幾何距離。N：整數週波未定值

$\frac{I}{f^2}$、T：電離層延遲與對流層延遲。f：載波波長。c：光速

dt_i、dT^k：測站 i 及及衛星 k 的時錶誤差。ε：觀測量的雜訊

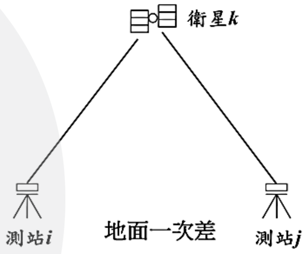
在短基線(例如基線長度＜$10Km$)，由於衛星信號通過電離層與對流層路徑相近、物理特性相似，因而假設：

$I_j^k = I_i^k + \delta I_{ij}^k$ 與 $T_j^k = T_i^k + \delta T_{ij}^k$

式中；δI_{ij}^k 與 δT_{ij}^k：電離層延遲與對流層延遲的變化量

1. 地面一次差：

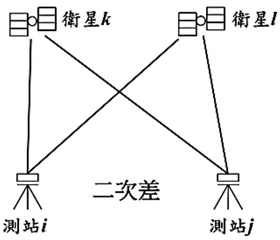
基線兩端的接收儀，在相同時刻 t 收到來自同一衛星的訊號，將兩組觀測量相減求差，即可得地面一次差。因為衛星的時鐘誤差 dT^k，在兩組觀測量中的影響量幾乎一致，因此地面一次差的方式，可消除衛星的時鐘誤差，並減小大氣層產生誤差之影響。



$$\Phi_{ij}^k = \Phi_j^k - \Phi_i^k = \rho_{ij}^k - \frac{\delta I_{ij}^k}{f^2} + \delta T_{ij}^k + \lambda N_{ij}^k + cdt_{ij} + \varepsilon_{ij}^k$$

2. 二次差：

基線兩端 i，j 的接收儀，同時接收兩顆衛星 k，1 的訊號，則可藉由兩個地面一次差分組成二次差分，因此二次差分可以同時消去衛星和接收儀時鐘誤差，並大幅減小大氣層延遲之影響。其方程式表示如下(單位為公尺)：



$$\Phi_{ij}^{kl} = \Phi_{ij}^l - \Phi_{ij}^k = \rho_{ij}^{kl} - \frac{dI_{ij}^{kl}}{f^2} + dT_{ij}^{kl} + \lambda N_{ij}^{kl} + cdt_{ij}^{kl} + \varepsilon_{ij}^{kl}$$

$\delta I_{ij}^l = \delta I_{ij}^k + dI_{ij}^{kl}$ 與 $\delta T_{ij}^l = \delta T_{ij}^k + dT_{ij}^{kl}$

式中；dI_{ij}^{kl}、dT_{ij}^{kl}：電離層延遲與對流層延遲的微小變化量。

因為 δI_{ij}^k 與 δT_{ij}^k，在短基線的兩端，大氣延遲的變化量已經很小，再度求差之後，其變化量已經微乎其微，近似於零，因而視同可以差分觀測技術消除此誤差。

㈢ 適用條件或限制：在短基線(例如基線長度＜$10Km$)，由於衛星信號通過電離層與對流層路徑相近、物理特性相似，所以藉由觀測量差分之方式(地面一次差、二次差)，可明顯消除大氣延遲之影響。