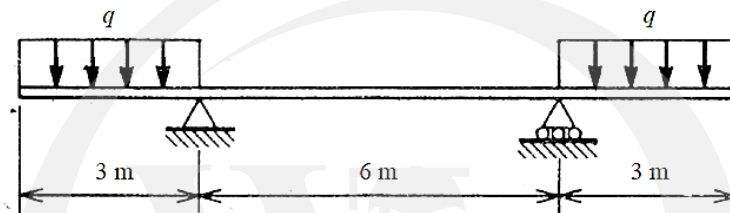


109 年專技高考 土木技師試題

等 別：高等考試
類 科：土木工程技師
科 目：結構分析(包括材料力學與結構學)

- 一、一根具有兩端外伸部份之鋼梁(見圖一)，在兩端外伸部份，各負荷均勻載重 $q = 150\text{kN/m}$ 。鋼梁之截面為 $W30 \times 172 (I = 329,239\text{cm}^4, \text{高 } h = 76\text{cm})$ ，其 $E = 206\text{GPa}$ 。詳細列出計算式，求梁內最大正交應力 $\sigma (\text{KPa})$ 及梁中間點之向上撓度 $\delta (\text{cm})$ 。(計算過程與答案使用單位必須與題目一致)(20 分)



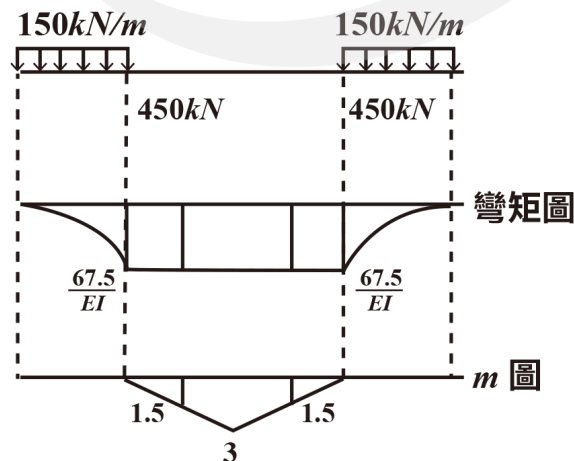
圖一

《考題難易》：★★★

《解題關鍵》：1. 梁內最大正交應力在截面最外緣，發生在最大彎矩處。
2. 梁中間點向上撓度 δ 以單位力法解題較快速簡單。

【擬答】：

兩支承反力皆為 450kN 向上，由彎矩圖可知



$$M_{\max} = 150 \times 3 \times 1.5 = 675 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{梁內最大正交應力在截面最外緣 } y = \frac{76}{2} = 38 \text{ cm}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{675 \times 38 \times 10^{-2}}{329239 \times 10^{-8}} = 77907 \text{ kPa}$$

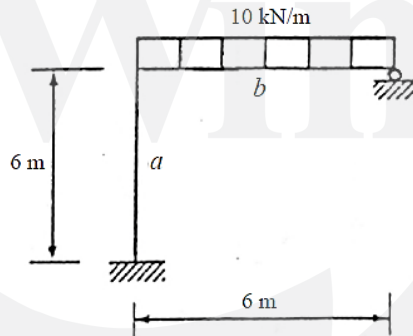
以單位立法在梁中央加載向上的虛單位力， $\frac{M}{EI}$ 及 m 圖如圖所示

$$\delta = \frac{675 \times 3}{EI} \times 1.5 \times 2 = \frac{675 \times 3 \times 3}{206 \times 10^6 \times 329239 \times 10^{-8}} = 8.957 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.896 \text{ cm} (\uparrow)$$

答：梁內最大正交應力 $\delta_{\max} = 77907 \text{ kPa}$

梁中間點向上撓度 $\delta = 0.896 \text{ cm}$

二、請用矩陣變位法求圖二剛架各桿端力矩(桿件 a、b)。使用其他非矩陣變位法解答不計分。(假設桿件 a、b， $EI/L=1$ ，見圖二，忽略自重)(30 分)



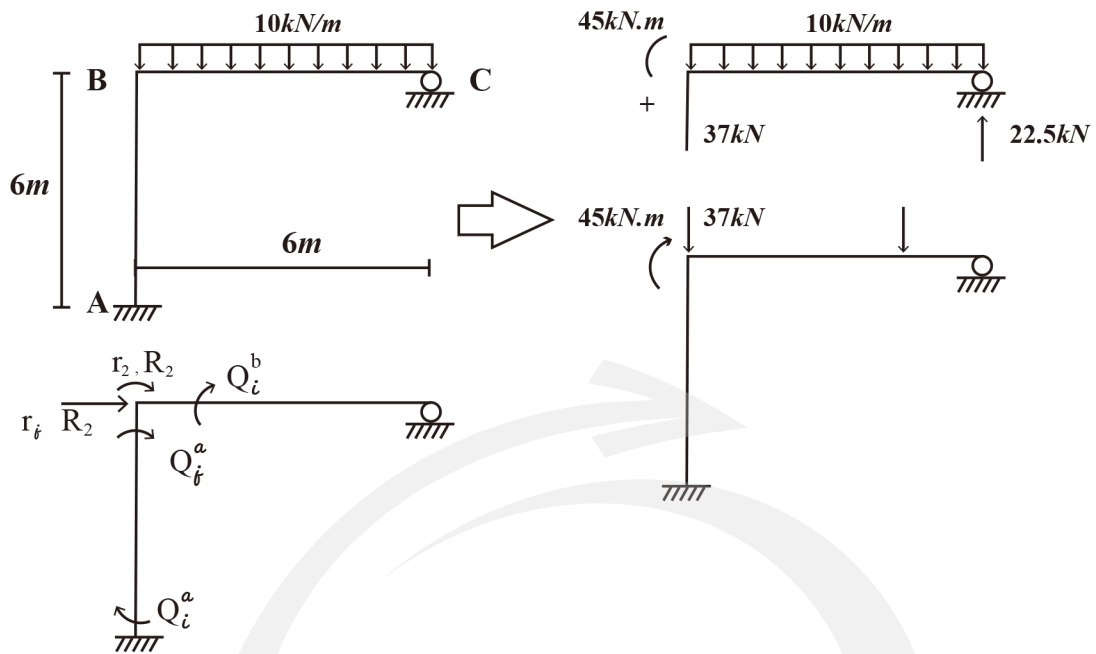
圖二

《考題難易》：★★★★

《解題關鍵》：1. 題意要求以矩陣變位法求解，桿端彎矩 $Q = kar + F.E.M$

2. 將桿間載重等值簡化為桿件端點力。

【擬答】：



$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ 45 \end{bmatrix}$$

$$Q = ar \rightarrow \begin{bmatrix} Q_i^a \\ Q_j^a \\ Q_i^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & 0 \\ -\frac{1}{6} & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \rightarrow a = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & 0 \\ -\frac{1}{6} & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$k = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$K = a^T k a$$

$$k a = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow K = a^T k a = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -1 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$

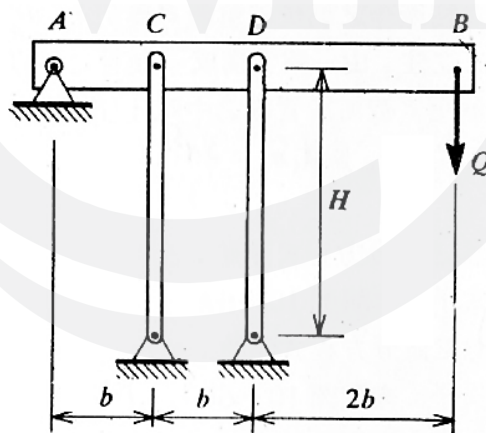
$$K^{-1} = \frac{L}{\left(\frac{7}{3} - 1\right)EI} \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} = \frac{3L}{4EI} \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = K^{-1}R = \frac{3L}{4EI} \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{135L}{4EI} \\ \frac{45L}{4EI} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_i^a \\ Q_j^a \\ Q_i^b \end{bmatrix} = kar + F.E.M = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{135L}{4EI} \\ \frac{45L}{4EI} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.25 \\ 11.25 \\ -11.25 \end{bmatrix} kN \cdot m$$

答： $Q = \begin{bmatrix} Q_i^a \\ Q_j^a \\ Q_i^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.25 \\ 11.25 \\ -11.25 \end{bmatrix} kN \cdot m$

三、一根勁度相當剛硬(假設無限剛度，不會變形)之桿件 ACDB，在 A 端為鉸支承(hinge support)，如圖三所示，並在 C 與 D 處與兩支完全相同之細長立柱上端銷接(pin connection)，兩支立柱下端為鉸支承。每各立柱具有撓曲剛度 EI。請繪製構件之挫屈平衡圖，詳細說明會使該兩支細長立柱體系崩塌(collapse)的 B 處載重 Q 為何？【假定發生崩塌(collapse)是因兩支細長立柱連續發生側潰(或挫屈，buckling)】(20 分)



圖三

《考題難易》：★★★

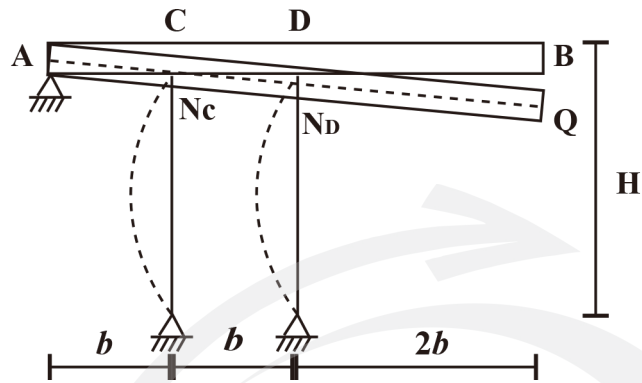
《解題關鍵》：1. 題意要求以矩陣變位法求解，桿端彎矩 $Q = kar + F.E.M$

2. 將桿間載重等值簡化為桿件端點力。

【擬答】：

柱兩端皆為鉸接時尤拉載重為 $\frac{\pi^2 EI}{L^2}$

現兩柱連續發生側潰，軸力為尤拉載重，如圖



$$N_c = \frac{\pi^2 EI}{H^2} \quad , \quad N_d = \frac{\pi^2 EI}{H^2}$$

平衡時

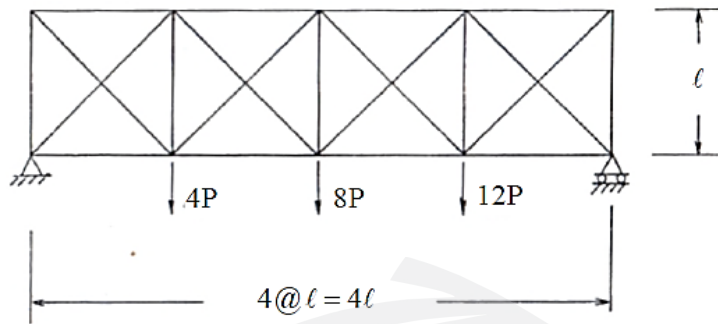
$$\sum M_A = 0$$

$$Q(4b) = N_c \times b + N_d \times 2b$$

$$\rightarrow Q(4b) = \frac{\pi^2 EI}{H^2} \times b + \frac{\pi^2 EI}{H^2} \times 2b \Rightarrow Q = \frac{3\pi^2 EI}{4H^2}$$

答：
$$Q = \frac{3\pi^2 EI}{4H^2}$$

四、一個桁架，係由垂直水平與傾斜桿件所組成(見圖四)。假定傾斜桿件只能承受張力。解出各桿件內力，並標示於桁架桿件。(忽略自重)(30分)



圖四

《考題難易》：★★★

《解題關鍵》：1. 桁架受力後下緣各結點向下位移，各垮間剪力作用皆向下，以此現象判別傾斜桿是否為壓力桿。

2. 以分力法求各桿內力。

【擬答】：

桁架受力後下緣各結點向下位移，判斷傾斜桿如圖所示的虛線桿內力為壓力以分力法求得各桿內力如圖

