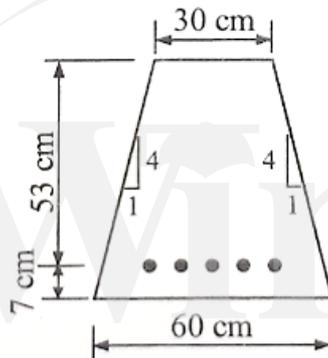


110 年專技高考 土木技師試題

等 別：高等考試
類 科：土木工程技師
科 目：結構設計(包括鋼筋混凝土設計與鋼結構設計)

一、有一鋼筋混凝土梁的斷面為梯形，如圖所示。梁斷面有效深度 $d=53\text{cm}$ 。斷面為單筋梁設計，配置 5 支 D25 單層拉力鋼筋。混凝土等值矩形應力分布可適用於此梯形斷面。混凝土抗壓強度 $f'_c=210\text{kgf/cm}^2$ ，鋼筋的降伏強度 $f_y=4200\text{kgf/cm}^2$ 。D25 鋼筋之直徑 $d_b=2.54\text{cm}$ ，斷面積 $A_b=5.07\text{cm}^2$ 。試計算此梁斷面的彎矩設計強度 ΦM_n (25 分)



《考題難易》 中等偏難: ★★★★★

《解題關鍵》

- (1) 混凝土有效深度跟平常的算法是一樣的，要注意的是面積不能用矩形直接計算。
- (2) 計算力矩的時候，可以採用混凝土有效面積一個矩形、一個三角形的方式來計算。

《命中特區》 正課班RC講義P2 – 17~P2 – 20

【擬答】：

(一) 檢核拉力鋼筋是否降伏

$$a_b = \beta_1 x_b = 0.85(0.6 \times 53) = 27.03 \text{ cm}$$

$$A_{sb} = \frac{0.85 f'_c A_b}{f_y} = \frac{0.85(210) \left[\frac{30 + \left(30 + \frac{27.03}{2}\right)}{2} \times 27.03 \right]}{4200} = 42.226 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 5 \times 5.07 = 25.35 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 25.35 \text{ cm}^2 < A_{sb} = 42.226 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{拉力筋降伏}$$

(二) 求解混凝土有效深度 a

$$C_{c1} = 0.85f'_c [30a]$$

$$C_{c2} = 0.85f'_c \left[\frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times a \right]$$

$$T = A_s f_y$$

$$T = C_{c1} + C_{c2}$$

$$25.35(4200) = 0.85(210) \left[30a + \frac{a^2}{4} \right]$$

$$a^2 + 120a - 2385.88 = 0$$

$$a = 17.369(\text{cm}) \quad x = 20.434(\text{cm})$$

(三) 求解 ϕM_n

$$\begin{aligned} M_n &= C_{c1} \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_{c2} \left(d - \frac{2}{3}a \right) \\ &= 93011 \left(53 - \frac{17.369}{2} \right) + 13463 \left(53 - \frac{2}{3} \times 17.369 \right) = 4679475(\text{kgf} - \text{cm}) \\ &= 46.795(\text{tf} - \text{m}) \end{aligned}$$

$$\phi = 0.65 + 0.25 \left(\frac{d_t}{x} - \frac{5}{3} \right) = 0.65 + 0.25 \left(\frac{53}{20.434} - \frac{5}{3} \right) = 0.882$$

$$\phi M_n = 0.882 \times 46.795 = 41.273(\text{tf} - \text{m})$$

二、請回答下列問題：(25 分)

- (一) 耐震設計規定柱構件的縱向鋼筋面積 A_{st} 不得低於 $0.01A_g$ ，亦不得大於 $0.06A_g$ ，其中 A_g 為鋼筋混凝土柱構件總斷面積。試分別說明柱構件規定縱向鋼筋最小鋼筋量的原因與最大鋼筋量的原因。
- (二) 耐震設計規定柱構件的矩形橫向箍筋間距不得超過三項規定，其中之一為「6 倍主筋直徑」，請說明此規定之原因為何？

《考題難易》中等偏易: ★★☆☆☆

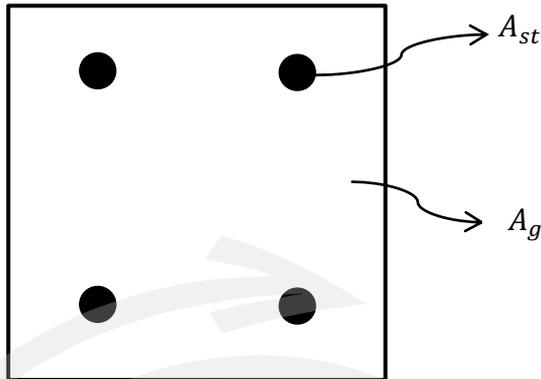
《解題關鍵》考耐震設計的章節，考驗考生有沒有背起來。

《命中特區》考猜講義P8、正課班RC講義P11 - 10

【擬答】:

(一) 鋼筋量上下限之原因

$$0.01A_g \leq A_{st} \leq 0.06A_g$$



$0.01A_g$ 下限值是為了抵抗長期潛變，使彎矩強度 $> M_{cr}$

$0.06 A_g$ 上限值是為了考慮施工性，避免柱引起過高的剪力

(二) 規定 6 倍主筋直徑之原因

圍束區：

$$S_{max} = \min \left[\frac{\text{柱短邊}}{4}, 6d_{\text{主筋}}, S_o \right]$$

其中一項，間距不超過 6 倍主筋直徑係避免混凝土剝落後引起主筋挫屈曲。

RC
GO FIGHT WIN

考猜 p8 第十一章 耐震設計

(一) 縱向鋼筋斷面積

- 耐震設計：
 $0.01A_g \leq A_{st} \leq 0.06 A_g$
- 一般設計：
 $0.01A_g \leq A_{st} \leq 0.08 A_g$

(1) 矩形或圓形橫筋至少 4 跟主筋
(2) 三角形橫筋至少 3 跟主筋。
(3) 螺旋筋至少 6 跟主筋。

$0.01 A_g$ 下限值是為了抵抗
 $0.06 - 0.08 A_g$ 上限值是為了

110 土木技師 神準命中

110 土木技師 | 結構設計

二、請回答下列問題：(25 分)

- 耐震設計規定柱構件的縱向鋼筋面積 A_{st} 不得低於 $0.01A_g$ ，亦不得大於 $0.06A_g$ ，其中 A_g 為鋼筋混凝土柱構件總斷面積。試分別說明柱構件規定縱向鋼筋最小鋼筋量的原因與最大鋼筋量的原因。
- 耐震設計規定柱構件的矩形橫向箍筋間距不得超過三項規定，其中之一為「6 倍主筋直徑」，請說明此規定之原因為何？

志光·志聖·學備土木技師 考場單科 1 折起

三、有一鋼梁設計採用 H 型鋼 H700×300×13×24，惟現有 H 型鋼為 H692×300×13×20。於僅考量強軸的彎矩強度，擬於 H692×300×13×20 上下翼板銲接鋼板(如圖所示)，使其與 H700×300×13×24 有相同的彎矩強度。可供補筋的鋼板厚度為 10mm。H 鋼與鋼板的鋼材降伏應力為 $F_y=2.5\text{tf/cm}^2$ ，抗拉應力為 $F_u=4.1\text{tf/cm}^2$ 。H700×300×13×24 與 H692×300×13×20 皆為塑性設計斷面。(25 分)

- (一) 若 H692×300×13×20 補強後與 H700×300×13×24 有相同的強軸降伏彎矩強度 M_y ，試計算所需的鋼板寬度 x 為多少？
- (二) 若 H692×300×13×20 補強後與 H700×300×13×24 有相同的強軸塑性彎矩強度 M_p ，試計算所需的鋼板寬度 x 為多少？

參考資料：

H700×300×13×24：A=232cm²，I_x=197,000 cm⁴，S_x=5,640cm³，Z_x=6,340cm³。

H692×300×13×20：A=208cm²，I_x=168,000 cm⁴，S_x=4,870cm³，Z_x=5,540cm³。



鋼板補強示意圖

《考題難易》★★

《解題關鍵》

1. 降伏彎矩 $M_y = S_x \times F_y$ ，塑性彎矩 $M_p = Z_x \times F_y$ 。
2. 在 H692×300×13×20 的強軸塑性彎矩計算以原 I 型斷面的 $Z_x \times F_y$ 加上蓋板提供的塑性彎矩。

【擬答】：

- (一) 降伏彎矩 M_y 所需的 x 值

H700×300×13×24 的強軸降伏彎矩為 M_y

$$M_y = S_x \times F_y = 5640 \times 2.5 = 14100 \text{ tf} \cdot \text{cm}$$

H692×300×13×20 的強軸斷面模數為 S'_x

$$I'_x = 168000 + \frac{1}{12} \times x \times 1^3 + x \times 1 \times (34.6 + 0.5)^2 = 168000 + 1232.1x$$

$$S'_x = \frac{I'_x}{35.6} = \frac{168000 + 1232.1x}{35.6}$$

$$M_y = S'_x \times F_y \Rightarrow 14100 = \frac{168000 + 1232.1x}{35.6} \times 2.5$$

$$\Rightarrow x = 26.6 \text{ cm}$$

(二) 塑性彎矩 M_p 所需的 x 值

$H700 \times 300 \times 13 \times 24$ 的強軸塑性彎矩為 M_p

$$M_p = Z_x \times F_y = 6340 \times 2.5 = 15850 \text{ tf} \cdot \text{cm}$$

$H692 \times 300 \times 13 \times 20$ 的強軸塑性彎矩為 M'_p

$$M'_p = Z_x \times F_y + F_1(69.2 + 1) = 5500 \times 2.5 + x \times 1 \times 2.5 \times (69.2 + 1)$$

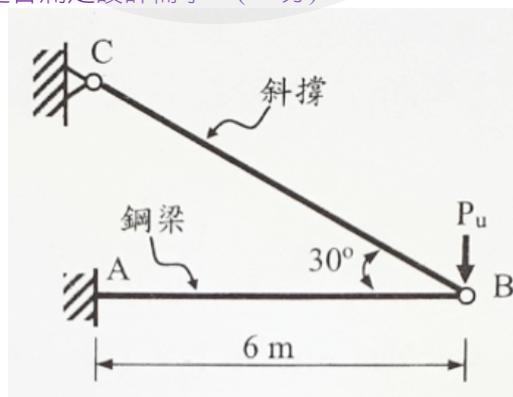
$$= 13750 + 175.5x$$

$$M'_p = M_p \Rightarrow 15850 = 13750 + 175.5x$$

$$\Rightarrow x = 11.97 \text{ cm}$$

答：(一) 降伏彎矩 M_y 所需的 $x = 26.6 \text{ cm}$ ；(二) 塑性彎矩 M_p 所需的 $x = 11.97 \text{ cm}$

四、如圖所示為一靜不定結構，由一懸臂鋼梁與一斜撐組成。斜撐為角鋼 $L150 \times 150 \times 19$ 。鋼梁為熱軋 H 型鋼 $H600 \times 200 \times 11 \times 17$ ，為塑性設計斷面，強軸承受彎矩，弱軸有充分的側向支撐。此結構於 B 點承受因數位集中載重 $P_u = 50\text{tf}$ ，經結構分析已知斜撐之軸拉力為 93.56tf 。於 B 點處，鋼梁弱軸方向有鉸支承。斜撐有足夠的強度與剛性。鋼梁與斜撐之鋼材降伏應力 $F_y = 2.5\text{tf/cm}^2$ ，彈性模數 $E = 2040\text{tf/cm}^2$ 。忽略鋼梁的自重且無需檢核剪力強度，以極美設計法，檢核鋼梁的強度是否滿足設計需求。(25 分)



參考資料：

H600×200×11×17：A=132cm²，I_x=75,600 cm⁴，I_y=2,270cm⁴，r_x=24cm，r_y=4.15cm，r_t=5.02cm，S_x=2,520cm³，S_y=227cm³，Z_x=2,900cm³，Z_y=358cm³，X₁=130tf/cm²，X₂=3.46(cm²/tf)²。

參考公式：請自行選擇適合的公式，並檢查其正確性，若有問題應自行修正。

$$\phi = 0.85 \quad P_n = A_g F_{cr}$$

$$F_{cr} = [\exp(-0.419\lambda_c^2)] F_y$$

$$F_{cr} = \left[\frac{0.8777}{\lambda_c^2} \right] F_y$$

$$\lambda_c = \frac{KL}{\pi r} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

$$L_p = \frac{80r_y}{\sqrt{F_{yf}}}$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}}$$

$$C_b = 1.75 + 1.05(M_1/M_2) + 0.3(M_1/M_2)^2 \leq 2.3$$

$$M_n = C_b \left\{ M_p - (M_p - M_r) \left[\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] \right\} \leq M_p$$

$$M_r = F_L S_x$$

F_L=(F_{yf}- F_r)或 F_{yw} 取小值

F_r = 翼板之殘留壓應力，對於熱軋型鋼其值可設為 0.7tf/cm²，對於銲接型鋼其值可設為 1.16tf/cm²

$$M_n = M_{rc} \leq M_p$$

$$M_{cr} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2 \left(\frac{L_b}{r_y} \right)^2}}$$

當 $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2$ 時

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left[\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{m_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right] \leq 1.0$$

當 $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2$ 時

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \left[\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{m_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right] \leq 1.0$$

| | | | | | | |
|--------------------------|---------|------|-----|-----|------|-----|
| <p>示意圖 (虛線示柱之屈曲)</p> | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) |
| | | | | | | |
| | 理論之 K 值 | 0.5 | 0.7 | 1.0 | 1.0 | 2.0 |
| 當接近理想條件時所設之 K 值 | 0.65 | 0.80 | 1.0 | 1.2 | 2.10 | 2.0 |

《考題難易》★★★

《解題關鍵》

- 由題意 H 型鋼為塑性設計斷面，因此斷面為結實斷面。
- 強軸承受彎矩，故為單彎矩作用；弱軸有充分支撐且在 B 點弱軸方向有鉸支承，有效長度係數取懸臂柱 $k_x = 2.1$ ，梁未支撐長為 6m。

【擬答】：

梁承受之軸壓力 $N_u = 93.56 \times \cos 30^\circ = 81.03 \text{ tf}$

梁承受之彎矩 $M_u = (50 - 93.56 \times \sin 30^\circ) \times 600 = 1932 \text{ tf} \cdot \text{cm}$

(一) 柱效應分析

$$\left(\frac{kL}{r}\right)_x = \frac{2.1 \times 600}{24} = 52.5$$

$$\lambda_c = \frac{kL}{\pi r} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{52.5}{\pi} \sqrt{\frac{2.5}{2040}} = 0.585 < 1.5 \text{ 屬非彈性挫屈}$$

$$F_{cr} = e^{-0.419 \lambda_c^2} * F_y = e^{-0.419 * 0.585^2} * 2.5 = 2.166 \text{ tf/cm}^2$$

$$\phi_c P_n = \phi_c A_g F_{cr} = 0.85 * 132 * 2.166 = 243 \text{ tf}$$

$$N_u / \phi_c P_n = 81.03 / 243 = 0.333 \geq 0.2 \text{ 屬於大軸力}$$

(二) 梁效應分析

依題 $L_b = 600 \text{ cm}$

$$M_p = Z_x F_y = 2900 \times 2.5 = 7250 \text{ tf} \cdot \text{cm}$$

$$M_r = (F_{yw} - F_r) S_x = (2.5 - 0.7) \times 2520 = 4536 \text{ tf} \cdot \text{cm}$$

$$L_p = \frac{80 r_y}{\sqrt{F_{yf}}} = \frac{80 \times 4.15}{\sqrt{2.5}} = 210 \text{ cm}$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_{yw} - F_r} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_{yw} - F_r)^2}} = \frac{4.15 \times 130}{2.5 - 0.7} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 3.46(2.5 - 0.7)^2}}$$

$$= 635.4 \text{ cm}$$

$$L_p < L_b = 600 \text{ cm} < L_r \rightarrow \text{非彈性 } L.T.B.$$

$$C_b = 1.75 + 1.05 * (M_1/M_2) + 0.3 * (M_1/M_2)^2 \leq 2.3$$

$$C_b = 1.75 \text{ (僅在 } A \text{ 點有彎矩作用, } M_1 = 0, M_2 = M)$$

$$M_n = C_b \left\{ M_p - (M_p - M_r) \left[\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] \right\} \leq M_p$$

$$\Rightarrow M_n = 1.75 \left\{ 7250 - (7250 - 4536) \left[\frac{600 - 210}{635.4 - 210} \right] \right\} = 8333 \text{ tf} \cdot \text{cm} > M_p$$

$$= 7250 \text{ tf} \cdot \text{cm}$$

$$\therefore M_n = 7250 \text{ tf} \cdot \text{cm}$$

(三) 梁柱效應分析

無側移構架，只考慮 B1， $M_n = B_1 M_{nt}$

桿件支承無側移，桿間無載重

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \frac{M_x}{M_{2x}} = 0.6 - 0.4 \times \frac{0}{1932} = 0.6$$

$$P_{e1x} = \frac{A_g F_y}{\lambda_c^2} = \frac{132(2.5)}{0.585^2} = 964.3 \text{ tf}$$

$$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{1 - \frac{N_u}{P_{e1x}}} = \frac{0.6}{1 - 81.03/964.3} = 0.66 < 1.0, \text{ 取 } B_{1x} = 1.0$$

二階係數化彎矩

$$M_{ux} = B_{1x}M_{ntx} = 1.0 \times 1932 = 1932 \text{ tf} \cdot \text{cm}$$

(四) 承受彎矩與軸力交互作用時，組合應力

大軸力 $P_u/\phi_c P_n \geq 0.2$:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) = 0.333 + \frac{8}{9} \left(\frac{1932}{0.9 \times 7250} \right) = 0.596 \leq 1.0$$

答：鋼梁強度滿足設計需求。