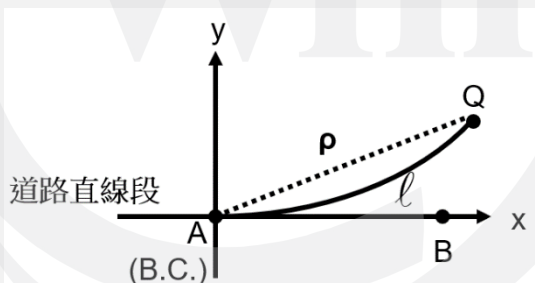


111 年專技高考 土木技師試題

等 別：高等考試
類 科：土木工程技師
科 目：工程測量(包括平面測量與施工測量)

一、已知一條公路在轉彎處設計了一條克羅梭曲線做為連接直線段的緩和曲線之用，如下圖所示，A 點為克羅梭曲線的起點(B.C.)，Q 點為克羅梭曲線的一點，Q 點順接著一半徑 $R=250$ 公尺的圓弧曲線。弧 AQ 為克羅梭曲線，其弧長為 $\ell=160$ 公尺，且已知 A、B 兩點的 TWD97 坐標分別為 $(N_A, E_A) = (2685611.749, 202679.441)$ 和 $(N_B, E_B) = (2685540.782, 202749.894)$ 。克羅梭曲線坐標系的 x 軸和 y 軸之正方向如圖上所定義，其坐標原點為 A 點，即 $(x_A, y_A) = (0.000, 0.000)$ ，Q 點的坐標為 $(x_Q, y_Q) = (158.369, 16.942)$ 。請問這條克羅梭曲線的參數值為何？今將全測站儀設置在 A 點，以偏角法放樣 Q 點時，其偏角和距離 ρ 為何？若使用 GNSS 衛星定位測量，以坐標法放樣，請計算 Q 點的 TWD97 坐標及說明如何放樣？(坐標單位均為公尺。本題請忽略投影改正與歸算到平均海水面)(25 分)



《考題難易》★★★★★

《考題重點》

1. 關鍵字：克羅梭曲線參數值，偏角法，TWD97 坐標。
2. 重點提要：坐標計算，全測站儀放樣，GNSS 放樣。

《命中特區》土木測量學/賴明；第一章 測量概論，第 4 節 測量基本計算與原理。

【擬答】：

(一) 計算克羅梭曲線的參數值 A

已知：半徑 $R=250m$ ，弧長 $\ell=160m$

$$A^2 = R \times \ell = 250 \times 160 = 40,000, \text{ 克羅梭曲線的參數值 } A = 200$$

(二) 以偏角法放樣 Q 點時，計算其偏角和距離 ρ

$$\Delta x = x_Q - x_A = 158.369 - 0.000 = 158.369m$$

$$\Delta y = y_Q - y_A = 16.942 - 0.000 = 16.942m$$

$$\text{距離 } \rho = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{158.369^2 + 16.942^2} = 159.273m$$

$$\text{偏角} = \angle QAB = \tan^{-1} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan^{-1} \frac{16.942}{158.369} = 6^\circ 6' 22'' \text{ (偏左)}$$

(三) 計算 Q 點的 TWD97 坐標

1. 計算 A, B 方位角

$$\Delta E_{AB} = E_B - E_A = 202749.894 - 202679.441 = 70.453m > 0$$

$$\Delta N_{AB} = N_B - N_A = 2685540.782 - 2685611.749 = -70.967m < 0, \text{ 第II象限}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta E_{AB}}{\Delta N_{AB}} \right| = \tan^{-1} \left| \frac{70.453}{-70.967} \right| = 44^\circ 47' 30''$$

$$\text{方位角 } \phi_{AB} = 180^\circ - \theta = 180^\circ - 44^\circ 47' 30'' = 135^\circ 12' 30''$$

2. 計算 A, Q 方位角 ϕ_{AQ}

$\because AQ$ 方向線在 AB 方向線的左側

$$\therefore \phi_{AQ} = \phi_{AB} - \angle QAB = 135^\circ 12' 30'' - 6^\circ 06' 22'' = 129^\circ 06' 08''$$

3. 計算 Q 點 TWD97 坐標

$$\overline{AQ} = \rho = 159.273m$$

$$N_Q = N_A + \overline{AQ} \times \cos \phi_{AQ} = 2685611.749 + 159.273 \times \cos 129^\circ 06' 08'' = 2685511.295m$$

$$E_Q = E_A + \overline{AQ} \times \sin \phi_{AQ} = 202679.441 + 159.273 \times \sin 129^\circ 06' 08'' = 202803.040m$$

$$\therefore Q(N_Q, E_Q) = (2685511.295m, 202803.040m)$$

(四) GNSS 衛星定位測量放樣方法

1. 儀器操作步驟及參數設定要項

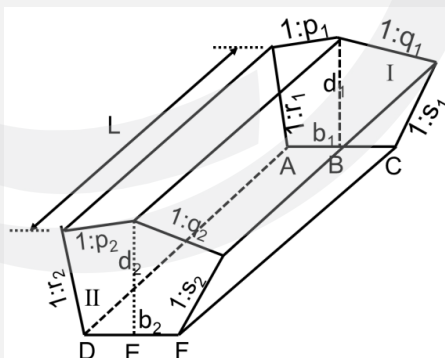
- 步驟 1：啟動衛星定位接收儀，確認衛星接收儀是否正確且完整接收衛星觀測資料。
- 步驟 2：啟動專用控制器或 PDA 與無線數據通訊設備間之數據傳輸通路。
- 步驟 3：啟動網際網路資料無線數據傳輸通路。
- 步驟 4：啟動 VBS-RTK 測量專案及 NTRIP 無線數據傳輸介面軟體。
- 步驟 5：實施 VBS-RTK 或網路 DPGS 測量（或放樣）並記錄定位坐標成果。

2. 點放樣

- 第一步：接收儀螢幕操作：測量→點放樣→目標→文件→導入→打開文件→導入
- 第二步：選中要放樣的點→確定。即可根據提示，找到目標點。

二、已知兩格橫斷面 I 和 II 如下圖所示，它們之間的水平距 L 為 20 公尺，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = b_1/2$ 和 $\overline{DE} = \overline{EF} = b_2/2$ ，其餘數據如下表所示。請計算這兩個橫斷面的面積，並以平均斷面法計算這兩個橫斷面間的土方（計算至立方公尺，立方公尺以下四捨五入）。（25 分）

橫斷面	底長 (公尺)	深度 (公尺)	坡度	坡度	坡度	坡度
I	$b_1=20$	$d_1=10$	$1:p_1=1:50$	$1:q_1=1:80$	$1:r_1=1:0.5$	$1:s_1=1:0.8$
II	$b_2=18$	$d_2=8$	$1:p_2=1:100$	$1:q_2=1:90$	$1:r_2=1:0.5$	$1:s_2=1:1$



《考題難易》★★★★★

《考題重點》

- 關鍵字：克羅梭曲線參數值，偏角法，TWD97 坐標。
- 重點提要：坐標計算，全測站儀放樣，GNSS 放樣。

《命中特區》土木測量學/賴明；第一章 測量概論，第 4 節 測量基本計算與原理。

【擬答】：

(一) 分析兩個橫斷面

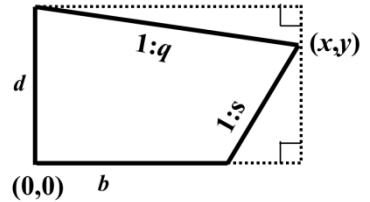
假設：B,E 點為兩個橫斷面的坐標原點， $B(x,y)=(0,0)$ ， $E(x,y)=(0,0)$

1. 單一單元的公式推導(右側)

如右圖，在雙向坡度的作用下，角隅點坐標為 (x,y)

坡度 $1:q$ 的作用 $d-y=x/q$ ；坡度 $1:s$ 的作用 $x-b=y/s$ ，即

$$\begin{cases} d-y=\frac{x}{q} \\ x-b=\frac{y}{s} \end{cases} \quad \text{整理，得} \quad x=\frac{q \cdot (d+b \cdot s)}{1+q \cdot s}, \quad y=\frac{q \cdot s \cdot d-b \cdot s}{1+q \cdot s}$$

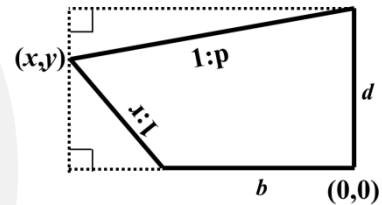


2. 單一單元的公式推導(左側)

如右圖，在雙向坡度的作用下，角隅點坐標為 $(-x,-y)$

坡度 $1:p$ 的作用 $d-y=x/p$ ；坡度 $1:r$ 的作用 $x-b=y/r$ ，即

$$\begin{cases} d-y=\frac{x}{p} \\ x-b=\frac{y}{r} \end{cases} \quad \text{整理，得} \quad x=\frac{p \cdot (d+b \cdot r)}{1+p \cdot r}, \quad y=\frac{p \cdot r \cdot d-b \cdot r}{1+p \cdot r}$$



3. 第I斷面右半側

$$B'(x,y)=(0,10), \quad A(x,y)=(-10,0),$$

$$C(x,y)=(10,0)$$

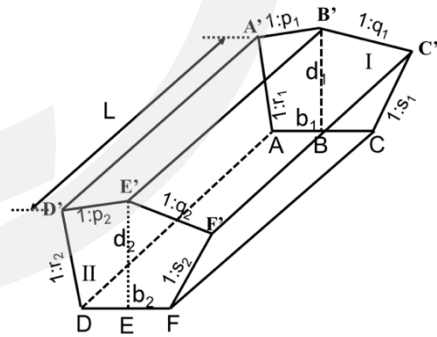
$$q=q_1=80, \quad s=s_1=0.8, \quad d=d_1=10,$$

$$b=b_1/2=20/2=10$$

$$x=\frac{80 \times (10+10 \times 0.8)}{1+80 \times 0.8}=\frac{80 \times (10+8)}{1+64}=\frac{1440}{65}=22.154m$$

$$y=\frac{80 \times 0.8 \times 10-10 \times 0.8}{1+80 \times 0.8}=\frac{632}{65}=9.723m,$$

$$C'(x,y)=(22.154,9.723)$$



4. 第II斷面右半側

$$E'(x, y) = (0, 8), D(x, y) = (-9, 0), F(x, y) = (9, 0)$$

$$q = q_2 = 90, s = s_2 = 1, d = d_2 = 8, b = b_2 / 2 = 9$$

$$x = \frac{90 \times (8 + 9 \times 1)}{1 + 90 \times 1} = \frac{90 \times 17}{1 + 90} = \frac{1530}{91} = 16.813m$$

$$y = \frac{90 \times 1 \times 8 - 9 \times 1}{1 + 90 \times 1} = \frac{711}{91} = 7.813m, F'(x, y) = (16.813, 7.813)$$

5. 第I斷面左半側

$$p = p_1 = 50, r = r_1 = 0.5, d = d_1 = 10, b = b_1 / 2 = 20 / 2 = 10$$

$$x = \frac{50 \times (10 + 10 \times 0.5)}{1 + 50 \times 0.5} = \frac{50 \times (10 + 5)}{1 + 25} = \frac{750}{26} = 28.846m$$

$$y = \frac{50 \times 0.5 \times 10 - 10 \times 0.5}{1 + 50 \times 0.5} = \frac{245}{26} = 9.423m, A'(x, y) = (-28.846, -9.423)$$

6. 第II斷面左半側

$$p = p_2 = 100, r = r_2 = 0.5, d = d_2 = 8, b = b_2 / 2 = 18 / 2 = 9$$

$$x = \frac{100 \times (8 + 9 \times 0.5)}{1 + 100 \times 0.5} = \frac{100 \times 12.5}{1 + 50} = \frac{1250}{51} = 24.510m$$

$$y = \frac{100 \times 0.5 \times 8 - 9 \times 0.5}{1 + 100 \times 0.5} = \frac{395.5}{51} = 7.755m, D'(x, y) = (-24.510m, -7.755m)$$

(二) 計算兩個橫斷面面積

1. 計算第I個橫斷面面積 A_1

五邊形 ACC'B'A' 的坐標為：

坐標	A	C	C'	B'	A'
x	-10	10	22.154	0	-28.846
y	0	0	9.723	10	-9.423

$$A_1 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -10 & 10 & 22.154 & 0 & -28.846 & -10 \\ 0 & 0 & 9.723 & 10 & -9.422 & 0 \end{vmatrix} = 256.505m^2$$

面積

2. 計算第II個橫斷面面積 A_2

五邊形 DFF'E'D'的坐標為：

坐標	D	F	F'	E'	D'
x	-9	9	16.813	0	-24.510
y	0	0	7.813	8	-7.755

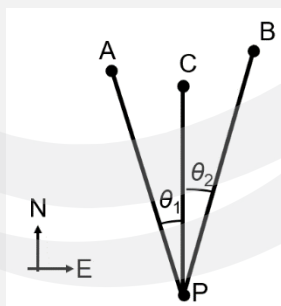
$$A_2 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -9 & 9 & 16.813 & 0 & -24.510 & -9 \\ 0 & 0 & 7.813 & 8 & -7.755 & 0 \end{vmatrix} = 165.553m^2$$

面積

(三) 計算土方量 V

$$V = L \times \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{L}{2} \times (A_1 + A_2) = \frac{20}{2} \times (256.505 + 165.553) = 4220.58m^3 \approx 4221m^3$$

三、某工地因應工程需要，需要補測一個控制點。因為該工地對空通訊不良，全球導航衛星系統 GNSS 接收儀收步道衛星訊號，故使用現有的經緯儀觀測遠方 A、B 和 C 三個已知點，得到待定控制點 P 和已知點間的兩個夾角分別為 $\theta_1=19^\circ 19'29''$ ， $\theta_2=15^\circ 15'31''$ ，如下圖所示。A、B 和 C 三個已知點的坐標分別為 $(E_A, N_A) = (2113.687, 3946.994)$ ， $(E_B, N_B) = (3040.105, 4194.663)$ ， $(E_C, N_C) = (2600.728, 3882.789)$ (坐標單位為公尺)。請計算 P 點坐標(計算到毫米，毫米以下四捨五入)。(25 分)



《考題難易》★★★★

《考題重點》

1. 關鍵字：後方交會法。

2. 重點提要：重點提要：先將符號轉換為熟悉的，再套公式進行計算。

《命中特區》土木測量學/賴明；第一章第 4 節測量基本計算與原理，二、測量的基本原理。

【擬答】：

(一) 已知： $\alpha = \theta_1 = 19^\circ 19' 29''$ $\beta = \theta_2 = 15^\circ 15' 31''$

以後方交會法，計算 P 點坐標，如圖

由 A, B, C 坐標可計算出 a, b 及方位角 ϕ_{CA}, ϕ_{CB}

1. 計算 a, ϕ_{CA}

$$\Delta E_{CA} = E_A - E_C = 2113.687 - 2600.728 = -487.041m < 0$$

$$\Delta N_{CA} = N_A - N_C = 3946.994 - 3882.789 = 64.205m > 0,$$

第IV象限

$$a = \sqrt{(-487.041)^2 + 64.205^2} = 491.255m$$

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta E_{CA}}{\Delta N_{CA}} \right| = \tan^{-1} \left| \frac{-487.041}{64.205} \right| = 82^\circ 29' 25'',$$

$$\phi_{CA} = 360^\circ - \theta = 360^\circ - 82^\circ 29' 25'' = 277^\circ 30' 35''$$

2. 計算 b, ϕ_{CB}

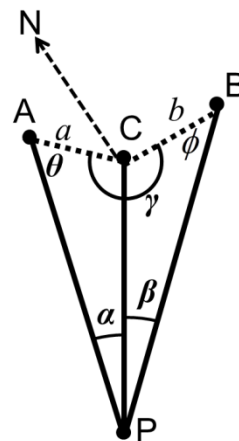
$$\Delta E_{CB} = E_B - E_C = 3040.105 - 2600.728 = 439.377m > 0$$

$$\Delta N_{CB} = N_B - N_C = 4194.663 - 3882.789 = 311.874m > 0$$

$$b = \sqrt{439.377^2 + 311.874^2} = 538.811m$$

$$\phi_{CB} = \tan^{-1} \frac{\Delta E_{CB}}{\Delta N_{CB}} = \tan^{-1} \frac{439.377}{311.874} = 54^\circ 37' 57''$$

3. $\gamma = \phi_{CA} - \phi_{CB} = 277^\circ 30' 35'' - 54^\circ 37' 57'' = 222^\circ 52' 38''$



(二) $\theta + \phi = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma) = 360^\circ - (19^\circ 19' 29'' + 15^\circ 15' 31'' + 222^\circ 52' 38'') = 102^\circ 32' 22''$

$$\tan \lambda = \frac{a \times \sin \beta}{b \times \sin \alpha} = \frac{491.255 \times \sin 15^\circ 15' 31''}{538.811 \times \sin 19^\circ 19' 29''}, \quad \lambda = 35^\circ 56' 44''$$

$$\tan \frac{\phi - \theta}{2} = \tan(\lambda - 45^\circ) \times \tan \frac{\phi + \theta}{2} = \tan(35^\circ 56' 44'' - 45^\circ) \times \tan \frac{102^\circ 32' 22''}{2}$$

得 $\phi - \theta = -22^\circ 28' 34''$ 聯立 $\phi + \theta = 102^\circ 32' 22''$

得 $\phi = 40^\circ 01' 54''$ $\theta = 62^\circ 30' 28''$

(三) 再以前方交會法，計算 P 點坐標值。

$$\gamma_1 = 180^\circ - \theta - \alpha = 180^\circ - 62^\circ 30' 28'' - 19^\circ 19' 29'' = 98^\circ 10' 03''$$

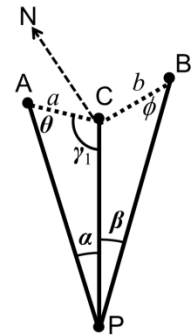
$$\varphi_{BD} = \varphi_{BA} - \gamma_1 = 210^\circ 10' 25'' - 69^\circ 57' 45'' = 140^\circ 12' 40''$$

$$\overline{CP} = \frac{a \cdot \sin \theta}{\sin \alpha} = \frac{491.255 \times \sin 62^\circ 30' 28''}{\sin 19^\circ 19' 29''} = 1316.866m$$

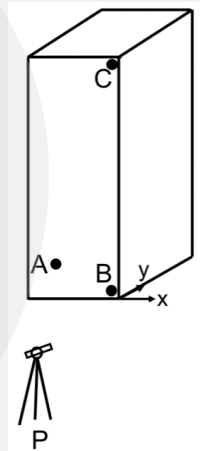
$$E_P = E_C + \overline{CP} \times \sin \varphi_{CP} = 2600.728 + 1316.866 \times \sin 179^\circ 20' 32'' = 2615.846m$$

$$N_P = N_C + \overline{CP} \times \cos \varphi_{CP} = 3882.789 + 1316.866 \times \cos 179^\circ 20' 32'' = 2566.010m$$

$$\therefore P \text{ 點坐標 } P(E_P, N_P) = (2615.846m, 2566.010m)$$



四、今欲監測一高聳結構物牆面之傾斜度，在地面點 P 設置一台高精度的全測站儀，並在該結構物同一牆面上的 A、B、C 三點貼有高精度反射片，利用該反射片可以測距和測角，其中 B、C 兩點位於牆角上、下兩點，示意如下圖。在地面點 P 整置全測站儀精確水平後，由 P 點向 A、B、C 三點測得方向角度、天頂角及距離如下表。試根據這些數據估計該牆面在 x、y 兩方向的傾斜度。(傾斜度四捨五入計算到小數點以下第 4 位，並以 C 點相對於 B 點在 x、y 兩方向的移動量除以相對高度的百分率來表示)(25 分)



測站	測點	方向讀數	天頂角	距離 (單位：公尺)
P 儀器高 1.500 公尺	A	00°00'20.5"	87°48'53.5"	222.9288
	B	11°34'34.6"	90°22'59.0"	224.3601
	C	11°34'03.3"	75°23'54.8"	232.0564

《考題難易》★★★★★

《考題重點》

- 關鍵字：三維坐標計算、三角高程、平面坐標。
- 重點提要：需要假設 P 點為坐標原點，PA 方向為北方 N

《命中特區》土木測量學/賴明；第四章角度測量之一、三角高程測量。

第五章導線測量。第六章控制測量之三、三維坐標計算。

【擬答】：

已知：斜距 $\overline{PB} = 224.3601m$, $\overline{PC} = 232.0564m$

天頂角 $z_{PB} = 90^\circ 22' 59.0''$, $z_{PC} = 75^\circ 23' 54.8''$

(一) 計算牆高 $H = \overline{BC}$

1. P 觀測 C，得高差 H_1 ，距離 D_1

$$H_1 = \overline{PC} \cdot \cos z_{PC} = 232.0564 \times \cos 75^\circ 23' 54.8'' = 58.5000m$$

$$D_1 = \overline{PC} \cdot \sin z_{PC} = 232.0564 \times \sin 75^\circ 23' 54.8'' = 224.5616m$$

2. P 觀測 B，得高差 H_2 ，距離 D_2

$$H_2 = \overline{PB} \cdot \cos z_{PB} = 224.3601 \times \cos 90^\circ 22' 59.0'' = -1.5000m \quad (\text{向下})$$

$$D_2 = \overline{PB} \cdot \sin z_{PB} = 224.3601 \times \sin 90^\circ 22' 59.0'' = 224.3551m$$

3. 計算牆高 $H = \overline{BC} = H_1 + (-H_2) = 58.5000 + 1.5000 = 60.0000m$

(二) 計算 C,B 點的(x,y)坐標

假設： $P(x_P, y_P) = (0, 0)$ ，方位角 $\phi_{PA} = 0^\circ 00' 00''$

1. 計算 C 點坐標

A,C 水平角 $\theta_1 = 11^\circ 34' 03.3'' - 0^\circ 00' 20.5'' = 11^\circ 33' 42.8''$ ，方位角 $\phi_{AC} = \theta_1 = 11^\circ 33' 42.8''$

$$x_C = x_P + D_1 \cdot \sin \phi_{AC} = 0.000 + 224.5616 \times \sin 11^\circ 33' 42.8'' = 45.0081m$$

$$y_C = y_P + D_1 \cdot \cos \phi_{AC} = 0.000 + 224.5616 \times \cos 11^\circ 33' 42.8'' = 220.0049m$$

2. 計算 B 點坐標

A,B 水平角 $\theta_2 = 11^\circ 34' 34.6'' - 0^\circ 00' 20.5'' = 11^\circ 34' 14.1''$ ，方位角

$$\phi_{AB} = \theta_2 = 11^\circ 34' 14.1''$$

$$x_B = x_P + D_2 \cdot \sin \phi_{AB} = 0.000 + 224.3551 \times \sin 11^\circ 34' 14.1'' = 45.0000m$$

$$y_B = y_P + D_2 \cdot \cos \phi_{AB} = 0.000 + 224.3551 \times \cos 11^\circ 34' 14.1'' = 219.7958m$$

(三) 計算該牆面在 x 、 y 兩方向的傾斜度

$$\Delta x = x_C - x_B = 45.0081 - 45.0000 = 0.0081m$$

$$\Delta y = y_C - y_B = 220.0049 - 219.7958 = 0.2091m$$

$$\text{在 } x \text{ 方向的傾斜度} = \frac{\Delta x}{H} \times 100\% = \frac{0.0081}{60.0000} \times 100\% = 0.0135\% \text{ (向 } x \text{ 的正向)}$$

$$\text{在 } y \text{ 方向的傾斜度} = \frac{\Delta y}{H} \times 100\% = \frac{0.2091}{60.0000} \times 100\% = 0.3485\% \text{ (向 } y \text{ 的正向)}$$

