

臺灣警察專科學校專科警員班三十期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 設 $f(x) = x^3 + 5x^2 + 11x + 10$ 與 $g(x) = x^4 + 3x^3 + 6x^2 + ax + 5$ 之最高公因式為二次式，則實數 a 的值為？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
2. 下列何者是 3 的倍數？
(A) 7231×251 (B) $216^3 + 712^3$ (C) $124^3 - 214^3$ (D) $3^{1999} + 1$ 。
3. 不等式 $\frac{2x+3}{x-2} \geq 1$ 的解集合為？
(A) $\{x \mid x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -5\}$ (B) $\{x \mid x \geq -5 \text{ 且 } x \neq 2\}$
(C) $\{x \mid -5 < x < 2\}$ (D) $\{x \mid x > 2 \text{ 或 } x \leq -5\}$ 。
4. 已知 a 為整數，且 $x^4 + 4x^3 + ax^2 - 8x + 6 = 0$ 有兩個根的和為 0，則 a 的值為？
(A) 5 (B) -5 (C) 3 (D) -3。
5. 設 α, β 為 $x^2 + 6x + 4 = 0$ 之二根，則 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 之值為？
(A) -4 (B) -6 (C) -8 (D) -10。
6. 已知 $\log x$ 的尾數與 $\log 0.12345$ 相同， $\log x$ 的首數與 $\log 67890$ 的首數相同，則 x 為？
(A) 67890.12345 (B) 67890 (C) 12345 (D) 12345.67890 。
7. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\tan A \cdot \tan B = 1$ ，則下列何者恆正確？
(A) $\overline{AB} = \overline{AC}$ (B) $\angle C = 90^\circ$ (C) $\angle A = 45^\circ$ (D) $\overline{AB} = \overline{BC}$ 。
8. 若 $\sin 2 = a$ ，則下列何者正確？
(A) $\frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$ (B) $-\frac{\sqrt{3}}{2} < a < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{1}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。
9. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A, \angle B, \angle C$ 之三對邊長分別為 a, b, c ，若滿足 $3(a - b + c) = 14(\sin A - \sin B + \sin C)$ ，則此三角形的外接圓半徑 R 為？
(A) $\frac{14}{3}$ (B) $\frac{7}{3}$ (C) $\frac{3}{14}$ (D) $\frac{3}{7}$ 。
10. 方程式 $2\pi \sin x = x$ 的實根個數為？
(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5 個。
11. 以下各平面中，哪一個與球面 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 19 = 0$ 相交所形成的圓面積最小？
(A) $x + y + z = 0$ (B) $z = -1$ (C) $y = 1$ (D) $x = 2y$ 。
12. 空間中一點 $A(1, 2, 3)$ ，關於平面 $x - 2y + 3z = 4$ 的對稱點坐標為？
(A) $(\frac{5}{7}, \frac{18}{7}, \frac{15}{7})$ (B) $(\frac{15}{7}, \frac{18}{7}, \frac{5}{7})$ (C) $(\frac{15}{7}, \frac{5}{7}, \frac{18}{7})$ (D) $(\frac{5}{7}, \frac{15}{7}, \frac{18}{7})$ 。
13. 設 A, B, C 三點不共線，點 P 與 A, B, C 三點在同一平面上，且 $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$ ，令 \overline{AP} 與 \overline{BC} 之交點為 M ，若 $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{AB} + y \cdot \overrightarrow{AC}$ ， $x, y \in \mathbf{R}$ ，則 x 為？
(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{5}$ 。

14. 設點 P 在球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 上移動，點 Q 在平面 $E: 2x - y - 2z = 15$ 上移動，則 \overline{PQ} 的最小值為？
 (A) 2 (B) 5 (C) 8 (D) 13。
15. 在空間中，直線 $L: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2-5t \\ z=3 \end{cases}, t \in \mathbf{R}$ ，下列何者為真？
 (A) L 與 $5x + 3y + z = 1$ 垂直 (B) L 與 z 軸垂直
 (C) L 與 xy 平面平行 (D) L 與 xy 平面垂直。
16. 平面上有一個橢圓，已知其長軸平行於 x 軸，短軸的一端點為 $(-4, 0)$ ，且其中一焦點為 $(0, 4)$ ，則此橢圓長軸的長度為？
 (A) $2\sqrt{2}$ (B) 6 (C) $6\sqrt{2}$ (D) $8\sqrt{2}$ 。
17. 自 $1 \sim 10^5$ 之自然數中，任取一數，取到數字之和為 11 的自然數的機率為？
 (A) 0.01300 (B) 0.01340 (C) 0.01355 (D) 0.01365。
18. 若點 $P(a, b)$ 是橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 和拋物線 $\Gamma': y^2 = -4x$ 的一個交點，則下列何者也是 Γ 和 Γ' 的交點？
 (A) $(-a, b)$ (B) $(a, -b)$ (C) (b, a) (D) $(b, -a)$ 。
19. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{n+1}{n} a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)，則 a_{30} 為？
 (A) 10 (B) 90 (C) 60 (D) 30。
20. 在 $y \leq 2, 2x - y \geq 0, x + y \geq 0$ 及 $5x - y \leq 18$ 的條件下，則函數 $x - 2y$ 的最大值為？
 (A) -3 (B) 3 (C) 6 (D) 9。
21. 矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ 經列運算化簡成為 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \end{bmatrix}$ ，則？
 (A) $a > 0, b > 0$ (B) $a > 0, b < 0$ (C) $a < 0, b < 0$ (D) $a < 0, b > 0$ 。
22. 有學生 10 人，(甲、乙、...、癸)，其期考數學成績與該學期數學課缺課數，如下表所表示。
- | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 學生 | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 | 戊 | 己 | 庚 | 辛 | 壬 | 癸 |
| 缺課數 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 3 | 5 | 6 | 3 | 0 |
| 成績 | 100 | 90 | 90 | 80 | 70 | 70 | 60 | 60 | 80 | 100 |
- 設兩者的相關係數 r ，則？
 (A) $-1 \leq r \leq -0.6$ (B) $-0.6 < r < -0.2$ (C) $0.2 < r < 0.6$ (D) $0.6 \leq r \leq 1$ 。
23. 某種疾病的檢驗方法不是百分之百正確：依過去之經驗知道，患有此疾病的人，檢驗能正確判斷的可能性為 0.9，不患有此疾病的人，則檢驗做了錯誤判斷的可能性為 0.05。假設一群人中已知 20% 患有此疾病，而從這一群人之中，任取一人加以檢驗，則檢驗判定患有此疾病的機率為？
 (A) 0.032 (B) 0.22 (C) 0.784 (D) 0.92。
24. 方程組 $\begin{cases} x + ky - z = 1 \\ 8x + 3y - 6z = 1 \\ 4x + y - 3z = -1 \end{cases}$ 之解恰有一組，其中 $x = 2$ ，則 k 為？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
25. 設 m 為實數，若二次式 $mx^2 + (m-1)x + (m-1) > 0$ 對任何實數 x 恆成立，則下列何者正確？
 (A) $m < -1$ (B) $m > 1$ (C) $m > \frac{1}{3}$ (D) $m < -\frac{1}{3}$ 。

26. 設 A, B, C 為獨立事件，且 $P(A)=\frac{1}{3}$ ， $P(B|A')=\frac{3}{4}$ ， $P(B\cap C)=\frac{1}{5}$ ，試求 $P((A\cup B)\cap C)$ 之值為？
 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$ 。
27. 若 $y=x^4-4x+8$ ，在 $0\leq x\leq 2$ 的條件下，則 y 之最大值是？
 (A) 6 (B) 8 (C) 16 (D) 22。
28. 有關方程式 $x^3-3x^2-4x+6=0$ ，下列敘述何者正確？
 (A) 恰有兩個虛根 (B) 恰有一個實根 (C) 恰有兩個實根 (D) 恰有三個不等實根。
29. 若函數 $f(x)=x^3-3x+2$ ，則下列敘述何者正確？
 (A) $x=0$ 時， $f(x)$ 有極大值 2 (B) $x=1$ 時， $f(x)$ 有極大值 0
 (C) $x=-1$ 時， $f(x)$ 有極大值 4 (D) $x=2$ 時， $f(x)$ 有極大值 4。
30. 若 $f(x)=x^3+3x^2+px-4$ 沒有極值，則 p 的範圍為？
 (A) $p>0$ (B) $p\geq 3$ (C) $p\leq 0$ (D) $p\leq 3$ 。

貳、多重選擇題：(一) 十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 下列敘述哪些正確？
 (A) 若 $S_n=a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=n^2+2n+3$ ，則 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列
 (B) 若 $\langle a_k \rangle$ 為等比數列，則 $\langle a_k^2 \rangle$ 為等比數列
 (C) 若 $a_k=5k+3$ ，則 $\langle 3a_k+2 \rangle$ 為等差數列
 (D) 若 $2a_{k+1}=a_k+a_{k+2}$ ，則 $\langle a_k \rangle$ 為等差數列
 (E) 若 $\langle a_k \rangle$ 、 $\langle b_k \rangle$ 為等比數列，則 $\langle a_k+b_k \rangle$ 為等比數列。
32. 設 $f(x)=a^x$ ，其中 $a>0$ ， $a\neq 1$ ， x 為實數，若 α, β 為實數，則下列哪些正確？
 (A) $f(\alpha+\beta)=f(\alpha)+f(\beta)$ (B) 若 $f(\alpha)<f(\beta)$ ，則 $\alpha<\beta$
 (C) $y=f(x)$ 之圖形必通過 $(1, 0)$ (D) $\frac{1}{2} [f(\alpha)+f(\beta)] \geq f(\frac{\alpha+\beta}{2})$
 (E) $y=f(x)=a^x$ 的圖形以 x 軸為漸近線。
33. 若 $a \cos A + b \cos B = c \cos C$ ，其中 a, b, c 為 $\triangle ABC$ 之三邊，則下列哪些正確？
 (A) $\triangle ABC$ 為直角三角形 (B) $\triangle ABC$ 為等腰三角形
 (C) 可能 $\angle A=90^\circ$ (D) 可能 $\angle B=90^\circ$
 (E) 可能 $\angle C=90^\circ$ 。
34. 空間中三點， $A(3, 3, 0)$ ， $B(1, 2, 2)$ ， $C(4, 2, 2)$ ，平面 $E: 2x+3y-6z=1$ ，下列敘述哪些為真？
 (A) A 點到平面 E 的距離為 3
 (B) A 點對於平面 E 的正射影點為 $(\frac{17}{7}, \frac{15}{7}, \frac{12}{7})$
 (C) A 點對於平面 E 的對稱點為 $(\frac{13}{7}, \frac{9}{7}, \frac{24}{7})$
 (D) $\triangle ABC$ 在平面 E 上的正射影面積為 15
 (E) 過 A, B, C 三點之平面與平面 E 的夾角為 θ ，則 $\sin\theta=1$ 。

35. 有 5 個不同禮品，全部分給甲、乙、丙三人，下列分法哪些正確？

- (A) 任意分，有 343 種
 (B) 甲恰得 1 件，有 120 種
 (C) 乙恰得一件，有 80 種
 (D) 甲至少得一件，有 211 種
 (E) 每人至少得一件，有 150 種。

36. 在重複丟一個公正硬幣 10 次的試驗中，下列敘述哪些是正確的？

- (A) 不可能出現 10 次反面
 (B) 出現正面次數的期望值為 5 次
 (C) 恰出現 5 次正面的機率為 $\frac{1}{2}$
 (D) 出現 6 次正面的機率等於出現 4 次正面的機率
 (E) 第 10 次出現正面的機率為 $\frac{1}{2}$ 。

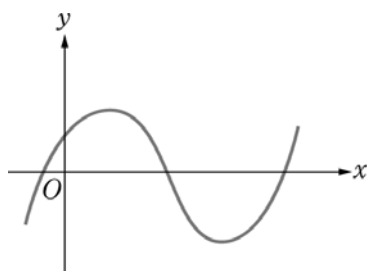
37. 下列有關 x 、 y 、 z 的一次方程組的增廣矩陣，哪些所表示的方程組恰有一組解？

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$
 (B) $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 0 \\ 8 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 6 & 4 \end{bmatrix}$
 (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
 (E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & -6 \\ 3 & 0 & 3 & -6 \end{bmatrix}$ 。

38. 下列各函數，哪些在 $x=0$ 處不可微分？

- (A) $f(x)=|x|$
 (B) $f(x)=[x]$
 (C) $f(x)=x|x|$
 (D) $f(x)=\sqrt{x}$
 (E) $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$ 。

39. 下圖為 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的大略圖形，則下列選項哪些正確？



- (A) $a > 0$
 (B) $b > 0$
 (C) $c > 0$
 (D) $d > 0$
 (E) $b^2 - 3ac > 0$ 。

40. 設函數 $f(x) = x^2 + x \int_0^2 f(t) dt + 1$ ，則下列哪些是正確的？

- (A) $\int_0^2 f(t) dt = \frac{14}{3}$
 (B) $\int_0^2 f(t) dt = -\frac{14}{3}$
 (C) $f(x)$ 以 $x-3$ 除之餘式為 -4
 (D) $f(-1) = \frac{8}{3}$
 (E) $f(x)=0$ 有相異的兩實根。