

臺灣警察專科學校專科警員班第三十期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 設 a, b 都是正整數，且 $a+b=176$, $[a, b]=330$ ，則 a, b 的最大公因數為何？
(A)11 (B)22 (C)33 (D)66。
2. 設 $\sqrt{13+4\sqrt{3}}=a+b$ ，其中 a 為整數， $0 \leq b < 1$ ，則 a 之值為何？
(A)1 (B)2 (C)3 (D)4。
3. 若 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{20}{21}$ ，則正整數 n 之值為何？
(A)10 (B)20 (C)30 (D)40。
4. 設 x 為實數，若無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x}{1+x}\right)^n$ 是收斂級數，則 x 的範圍為何？
(A) $-1 < x < 3$ (B) $-3 < x < -1$ (C) $-1 < x < \frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3} < x < 1$ 。
5. 設 a, b, c, d 為實數，且 $f(x) = 3x^3 - 14x^2 + 20x - 3 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ ，則 c 之值為何？
(A)1 (B)3 (C)5 (D)7。
6. 設方程式 $\log(2x)\log(3x)=1$ 之兩根為 α, β ，則 $\alpha\beta$ 之值為何？
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C)5 (D)6。
7. 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ ，若 25^{30} 是 m 位正整數，且首位數字為 n ，則數對 $(m, n) = ?$
(A)(41, 8) (B)(41, 9) (C)(42, 8) (D)(42, 9)。
8. 化簡 $\frac{\cos(90^\circ - \theta)\cot(180^\circ + \theta)}{\sin(270^\circ - \theta)} + \frac{\tan(180^\circ + \theta)}{\tan(360^\circ - \theta)}$ 之值為何？
(A)-2 (B)1 (C)0 (D)2。
9. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 7$, $\overline{CA} = 3$, $\overline{AB} = 5$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為何？
(A) $\frac{15\sqrt{5}}{2}$ (B) $\frac{15\sqrt{5}}{4}$ (C) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ 。
10. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2$, $\overline{AC} = 3$, $\angle A = 120^\circ$ ，則 $\angle A$ 的內角平分線長為何？
(A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{6}{5}$ (C) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ (D) $\frac{6\sqrt{3}}{5}$ 。
11. 設 $a = \sin 1$, $b = \cos 2$, $c = \tan 3$, $d = \sec 4$ ，則 a, b, c, d 中最大的數為何？
(A) a (B) b (C) c (D) d 。
12. 設 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ，且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \beta = -\frac{3}{5}$ ，則 $\cos(\alpha + \beta)$ 之值為何？
(A) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (C) $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ (D) $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$ 。
13. 設坐標平面上兩向量 \vec{a}, \vec{b} ，若 $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{61}$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為何？
(A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150° 。

14. $\triangle ABC$ 中， D 點在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AD}:\overline{DB}=2:1$ ， E 點在 \overline{AC} 上，且 $\overline{AE}:\overline{EC}=3:1$ ， \overline{BE} 與 \overline{CD} 交於 P 點，設 $\overline{AP}=x\overline{AB}+y\overline{AC}$ ，則數對 $(x, y)=?$
- (A) $(\frac{2}{5}, \frac{3}{5})$ (B) $(\frac{3}{5}, \frac{2}{5})$ (C) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ (D) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ 。
15. 若一個正四面體相鄰兩面的夾角為 θ ，則 $\sin\theta$ 之值為何？
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。
16. 設 $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, 3)$, $C(3, 2, 3)$ 為空間中三點，則 $\triangle ABC$ 之面積為何？
- (A) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{23}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{29}}{2}$ 。
17. 自點 $P(5, 6)$ 到圓 $x^2+y^2-2x-4y-4=0$ 所作切線段的長為何？
- (A) $\sqrt{11}$ (B) $\sqrt{17}$ (C) $\sqrt{23}$ (D) $\sqrt{61}$ 。
18. 設直線 $3x+4y+9=0$ 與圓 $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ 交於 A, B 兩點，則 \overline{AB} 之長為何？
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
19. 設拋物線 $\Gamma: x^2-2x+4y+9=0$ ，則 Γ 的正焦弦長為何？
- (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16。
20. 橢圓 $x^2+4y^2+2x+8y+1=0$ 上任一點到兩焦點的距離和為何？
- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8。
21. 求 $\sum_{n=3}^{10} C_3^n$ 之值為何？
- (A) C_3^{10} (B) C_4^{10} (C) C_3^{11} (D) C_4^{11} 。
22. 將 $\sum_{k=1}^{10} (1-x)^k$ 乘開合併同類項後，則 x^2 項的係數為何？
- (A) C_2^{11} (B) $-C_2^{11}$ (C) C_3^{11} (D) $-C_3^{11}$ 。
23. 某次考試全班數學成績不佳，總平均 55 分，標準差 12 分。老師決定全班每人數學加 15 分，則全班加分後的標準差為多少分？
- (A) 6 (B) 12 (C) 15 (D) 24。
24. 若某校 1000 位學生的數學段考成績呈現常態分配，其中平均分數是 70 分，標準差是 5 分，則全校約有多少人數學成績低於 60 分？（設已知常態分配的資料約有 95% 的觀測值，落在距平均數左右各兩個標準差的範圍內）
- (A) 25 (B) 50 (C) 100 (D) 200。
25. 根據過去紀錄可知，某燈泡工廠檢驗其產品的過程中，將良品檢驗為不良品的機率為 0.1，將不良品檢驗為良品的機率為 0.2。又知該產品中，良品占 90%，不良品占 10%。若已知一件產品被檢驗為良品，則該產品實際上為不良品之機率為何？
- (A) $\frac{2}{83}$ (B) $\frac{81}{83}$ (C) $\frac{8}{17}$ (D) $\frac{9}{17}$ 。
26. 兩變數 X 與 Y 的 25 個樣本點為 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{25}, y_{25})$ ，若 X 與 Y 的標準差分別為 $S_X=5$, $S_Y=10$ ，且 X 與 Y 的相關係數 $r=0.88$ ，則變數 Y 對變數 X 的迴歸直線的斜率為何？
- (A) 1.76 (B) 0.88 (C) 0.44 (D) 0.22。

27. 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $A^8 = ?$

- (A) $\begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ -16 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -32 & 0 \\ 0 & -32 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & -32 \\ 32 & 0 \end{bmatrix}$ 。

28. 若 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 5$ ，則 $\begin{vmatrix} 3a_1 + 2b_1 & 3b_1 - 5c_1 & c_1 \\ 3a_2 + 2b_2 & 3b_2 - 5c_2 & c_2 \\ 3a_3 + 2b_3 & 3b_3 - 5c_3 & c_3 \end{vmatrix}$ 之值為何？

- (A) 5 (B) 15 (C) 30 (D) 45。

29. 設點 $P(x, y, z)$ 在球面 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z - 3 = 0$ 上，則 $x - 2y - 2z$ 的最大值為何？

- (A) -11 (B) -9 (C) 7 (D) 9。

30. 設 $f(x) = x^2 + 4x - 5$ 且 $-3 \leq x \leq 0$ ，則 $f(f(x))$ 的最小值為何？

- (A) -9 (B) -5 (C) 0 (D) 40。

貳、多重選擇題：(一) 十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 若數列 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列且 $a_5 = 4$ ， $a_7 = 1$ ，則下列哪些敘述正確？

- (A) 首項 $a_1 = 10$ (B) 公差為 $-\frac{3}{2}$
(C) 數列自第 8 項開始為負 (D) 前 n 項總和為最大時，則 $n = 8$
(E) 前 n 項總和為 -105 時，則 $n = 21$ 。

32. 下列哪些敘述正確？

- (A) 設多項式 $f(x)$ 除以 $2x - 1$ 的商為 $Q(x)$ ，餘式為 r ，則 $f(x)$ 除以 $x - \frac{1}{2}$ 的商為 $2Q(x)$ ，餘式為 r
(B) 設 $f(x)$ 為實係數多項式， a, b 為實數，且 $a < b$ ，若 $f(x) = 0$ 在 a, b 間至少有一實根，則 $f(a)f(b) < 0$
(C) 實係數奇次多項式方程式至少有一實根
(D) 設三次多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，若 $f(x) = 0$ 有一根 $1 + 2i$ ，則必有另一根 $1 - 2i$
(E) 設三次多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，若 a, b, c, d 皆為整數且 $f(x) = 0$ 有一根 $1 + \sqrt{3}$ ，則必有另一根 $1 - \sqrt{3}$ 。

33. 設 $0 < a < b < 1$ ，則下列哪些選項為真？

- (A) $\log_a b > 1$ (B) $\log_a b > 0$ (C) $\log_b a > 1$ (D) $\log a < 0$ (E) $\log b > 0$ 。

34. 已知 $\tan(-160^\circ) = k$ ，下列哪些選項正確？

- (A) $\sin 20^\circ = \frac{-k}{\sqrt{1+k^2}}$ (B) $\cos 20^\circ = \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$
(C) $\cot 20^\circ = \frac{1}{k}$ (D) $\sec 20^\circ = \sqrt{1+k^2}$
(E) $\csc 20^\circ = \frac{\sqrt{1+k^2}}{-k}$ 。

35. 設 $f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{6}) - 2\cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 若 $f(x)$ 在 $x = \alpha$ 處有最大值 M , 在 $x = \beta$ 處有最小值 m , 下列哪些選項正確?
- (A) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (B) $M = 1$ (C) $\beta = \frac{\pi}{3}$ (D) $m = -1$ (E) $M - m = 2$.
36. 已知 $x^3 = 1$ 有 3 個根 $1, \omega, \omega^2$, 其中 $\omega = \cos \frac{2\pi}{3} + i\sin \frac{2\pi}{3}$, 則下列哪些選項正確?
- (A) $\omega^{30} = 1$ (B) $1 + \omega + \omega^2 = 0$
(C) $(1 - \omega)(1 - \omega^2) = 3$ (D) $(1 + \omega)(1 + \omega^2) = 3$
(E) $\frac{1}{1 - \omega} + \frac{1}{1 - \omega^2} = 1$.
37. 在空間中, 下列哪些選項正確?
- (A) 平行於同一平面的兩相異直線必互相平行
(B) 垂直於同一平面的兩相異直線必互相平行
(C) 過直線 L 外一點 P , 恰有一直線平行於直線 L
(D) 過直線 L 外一點 P , 恰有一平面垂直直線 L
(E) 過平面 E 外一點 P , 恰有一平面與平面 E 垂直 .
38. 設方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$, 且 $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$, 則下列哪些選項正確?
- (A) 若 $\Delta \neq 0$, 則方程組必有解 (B) 若 $c_1 = c_2 = 0$, 則方程組必有解
(C) 若 $\Delta = 0$, 則方程組有無限多解 (D) 若 $\Delta = 0$ 且 $\Delta_x = 0, \Delta_y = 0$, 則方程組有無限多解
(E) 若 $\Delta = 0$ 且 $\Delta_x^2 + \Delta_y^2 \neq 0$, 則方程組無解 .
39. 相異書本 9 本, 依下列條件分配的方法數, 下列哪些選項正確?
- (A) 平分成 3 堆, 有 $\frac{C_3^9 C_3^6 C_3^3}{3!}$ 種方法
(B) 平分給 3 人, 有 $C_3^9 C_3^6 C_3^3$ 種方法
(C) 依 5, 2, 2 分成三堆, 有 $\frac{C_5^9 C_2^4 C_2^2}{2!} \times 3!$ 種方法
(D) 一人得 5 本, 一人得 3 本, 一人得 1 本, 有 $C_5^9 C_3^4 C_1^1$ 種方法
(E) 一人得 5 本, 一人得 2 本, 一人得 2 本, 有 $C_5^9 C_2^4 C_2^2 \times \frac{3!}{2!}$ 種方法 .
40. 設 A, B, C 均為二階方陣, 且 O 為二階零方陣, I 為二階單位方陣, 下列哪些選項錯誤?
- (A) $AB = BA$ 恆成立 (B) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ 恆成立
(C) 若 $A^2 = O$, 則 $A = O$ (D) 若 $A^2 = I$, 則 $A = I$ 或 $A = -I$
(E) $AB = AC$ 且 $A \neq O$, 則 $B = C$.