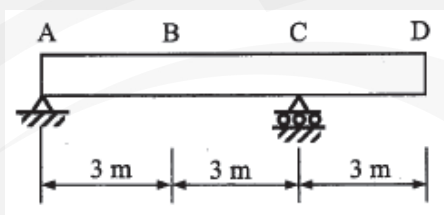


108 年土木工程高考試試題

類科：土木工程

科目：鋼筋混凝土學與設計

一、有一鋼筋混凝土梁如下圖所示，矩形斷面寬度 $b=30\text{cm}$ ， $d=53\text{cm}$ 。梁承受工作均佈靜載重(含自重) 2600kgf/m ，活載重 3500kgf/m 。混凝土 $f'_c = 210\text{kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度 $f_y = 4200\text{kgf/cm}^2$ ，以單筋梁設計，計算 B 點所需最少的拉力鋼筋面積 A_s 。(25 分)



【擬答】

【解題關鍵】

《考題難易》中等偏易：★★

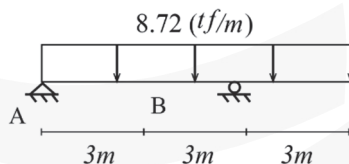
《破題關鍵》

- (1) 用力平衡方程式求得 B 點的彎矩 $M_B = M_u$ 。
- (2) 題目已經指定要單筋梁設計了，所以就銜單筋矩形梁的設計公式。
- (3) 計算過程有假設，就要檢核。

(一) 係數化載重：

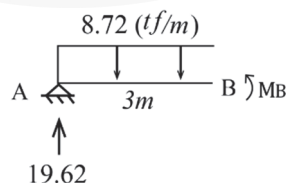
$$w_u = 1.2w_d + 1.6w_L = 1.2(2.6) + 1.6(3.5) = 8.72 \text{ tf/m}$$

(二) 求 B 點之彎矩



$$\sum M_c = 0$$

$$R_A(6) = (8.72 * 3)(4.5) \Rightarrow R_A = 19.62 \text{ tf} (\uparrow)$$



$$M_B = M_u = 19.62(3) - (8.72)(3)(1.5) = 19.62 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

(三)單筋梁設計

設 $\phi = 0.9$

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{19.62 \times 10^5}{0.9} = 2180000$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{4200}{0.85 \times 210} = 23.529$$

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2} = \frac{2180000}{(30)(53)^2} = 25.869$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right] = \frac{1}{23.529} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 23.529 \times 25.869}{4200}} \right] = 0.0066851$$

$$A_s, \text{req'd} = 0.0066851 \times 30 \times 53 = 10.629 \text{ cm}^2$$

(四)檢核 ϕ 及 $A_{s, \min}$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c \beta_1 x b \rightarrow 10.629 \times 4200 = 0.85(210)(0.85)x(30)$$

$$\Rightarrow x = 9.808 \text{ cm}$$

$$x_{0.005} = \frac{3}{8} d_t = \frac{3}{8} (53) = 19.875 \text{ cm} > x$$

$$\Rightarrow \phi = 0.9 \quad \text{OK!}$$

$$A_{s, \min} = \max \left[\frac{0.8 \sqrt{f'_c}}{f_y} bwd, \frac{14}{f_y} bwd \right] = \max \left[\frac{0.8 \sqrt{210}}{4200} (30)(53), \frac{14}{4200} (30)(53) \right]$$

$$= \max [4.389 \text{ cm}^2, 5.3 \text{ cm}^2] = 5.3 \text{ cm}^2$$

$$\text{故 } A_s = 10.629 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$$

二、有一矩形斷面之鋼筋混凝土簡支梁，跨度為 6m。梁斷面寬度 $b=40\text{cm}$ ，有效梁深 $d=63\text{cm}$ 。簡支梁承受係數化均佈載重 $w_u = 8\text{tf/m}$ 。使用 D10 矩形閉合鋼筋為剪力鋼筋，一支 D10 鋼筋之截面積為 0.71cm^2 。混凝土 $f'_c = 350\text{kgf/cm}^2$ ，剪力鋼筋 $f_{yt} = 2800\text{kgf/cm}^2$ 。試計算此梁於支承處之剪力鋼筋的間距。(25 分)

【擬答】

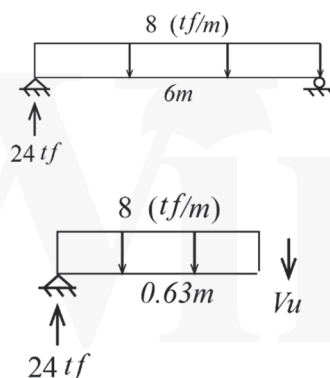
【解題關鍵】

《考題難易》中等偏易：★★

《破題關鍵》

- (1) 先找出簡支梁的臨界斷面 V_u 。
- (2) 再利用 $V_u = \phi(V_c + V_s)$ ，求解間距 s 。
- (3) 最後檢核最大間距 s 是多少，是否會控制

(一) 求臨界斷面之 V_u



$$V_u = 24 - 8(0.63) = 18.96\text{ tf} = 18960\text{ kgf}$$

(二) 求間距 s

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}b_wd = 0.53\sqrt{350}(40)(63) = 24987\text{ kgf}$$

$$\text{令 } V_u = \phi(V_c + V_s)$$

$$18960 = 0.75\left(24987 + \frac{A_v f_y d}{s}\right)$$

$$293 = \frac{2 \times 0.71 \times 2800 \times 63}{s} \Rightarrow s = 854.9\text{ cm}$$

(三)檢核 $S_{\max}$

$$2V_c (= 2 \times 24987) \geq V_s (= 293)$$

$$S_{\max} = \min \left[\frac{A_v f_y}{3.5 b w d}, \frac{A_v f_y}{0.2 \sqrt{f'_c} b w}, \frac{d}{2}, 60 \right]$$

$$= \min \left[\frac{2 \times 0.71 \times 2800}{3.5 \times 40}, \frac{2 \times 0.71 \times 2800}{0.2 \times \sqrt{350} \times 40}, \frac{63}{2}, 60 \right]$$

$$= \min [28.4, 26.566, 31.5, 60] = 26.566 \text{ cm}$$

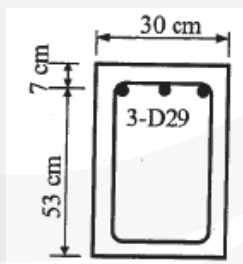
⇒ 可取 $S = 20 \text{ cm}$ 進行設計

三、有一懸臂鋼筋混凝土梁，梁長度 3m。斷面如下圖所示，梁寬 $b=30\text{cm}$ ，有效梁深 $d=53\text{cm}$ ，梁總深度 $h=60\text{cm}$ 。此梁承載工作均佈靜載重(含自重) 1.5 tf/m 、均佈活載重 2.0 tf/m 。混凝土 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度 $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ 。一支 D29 鋼筋之截面積為 6.47 cm^2 。試計算因活載重造成梁自由端之瞬時撓度。(25 分)

參考公式：懸臂梁承受載均佈載重時，梁自由端之撓度為 $\frac{wL^4}{8EI}$

$$E_c = 15,000 \sqrt{f'_c} \quad f_r = 2.0 \sqrt{f'_c}$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g$$



【擬答】

【解題關鍵】

《考題難易》中等偏難：★★★★

《破題關鍵》

(1) 先算出 I_g 、 I_{cr} 、 M_{cr} 。

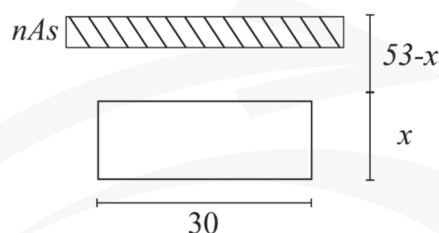
(2) 瞬時活載重位移 = (靜 + 活載重位移) - (靜載重位移)。

(3) 本題計算量最大，考場應該最後算。

(一)計算 I_g 、 I_{cr} 、 M_{cr}

$$I_g = \frac{1}{12}(30)(60)^3 = 540000 \text{ cm}^4$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2.04 \times 10^6}{15000\sqrt{280}} = 8.128 \text{ (取8)}$$



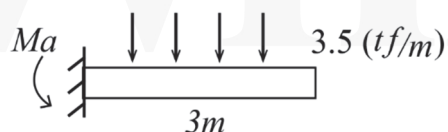
$$\Rightarrow 30x\left(\frac{x}{2}\right) = 8(3 \times 6.47)(53 - x)$$

$$\Rightarrow 15x^2 + 155.28x - 8229.84 = 0 \rightarrow x = 18.81 \text{ cm}$$

$$I_{cr} = \frac{1}{3}(30)(18.81)^3 + 8(3 \times 6.47) \times (34.19)^2 = 248068 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y} = \frac{2.0\sqrt{280}(540000)}{30} = 602395 \text{ kgf} \cdot \text{cm} = 6.024 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

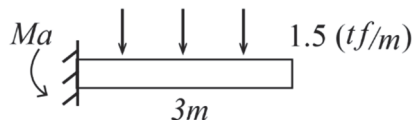
(二)求靜+活載重的 Δ



$$M_a = 3(3.5)\left(\frac{3}{2}\right) = 15.75 \text{ tf} \cdot \text{m} > M_{cr}$$

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 (I_g - I_{cr}) = 248068 + \left(\frac{6.024}{15.75}\right)^3 (540000 - 248068) = 264402 \text{ cm}^4$$

$$\Delta_{D+L} = \frac{wL^4}{8EI} = \frac{(35)(300)^4}{8(15000\sqrt{280})(264402)} = 0.534 \text{ cm}$$

(三) 靜載重之 Δ 

$$M_a = 1.5(3)\left(\frac{3}{2}\right) = 6.75 \text{ tf} \cdot \text{m} > M_{cr}$$

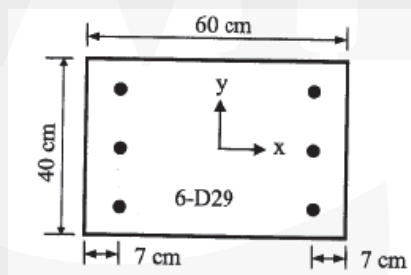
$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 (I_g - I_{cr}) = 248068 + \left(\frac{6.024}{6.75}\right)^3 (540000 - 248068) = 455571 \text{ cm}^4$$

$$\Delta_D = \frac{wL^4}{8EI} = \frac{(15)(300)^4}{8(15000\sqrt{280})(455571)} = 0.133 \text{ cm}$$

(四) 活載重之 Δ

$$\Delta_L = \Delta_{D+L} - \Delta_D = 0.534 - 0.133 = 0.401 \text{ cm}$$

四下圖為鋼筋混凝土橫樑柱斷面，配置 6 支 D29 鋼筋。混凝土 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度 $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ 。一支 D29 鋼筋之截面積為 6.47 cm^2 。柱承受的軸壓力為沿 x 軸偏心，試計算此柱於平衡應變狀況下的計算軸壓強度 P_b 與計算彎矩強度 M_b 。(25 分)



【擬答】

【解題關鍵】

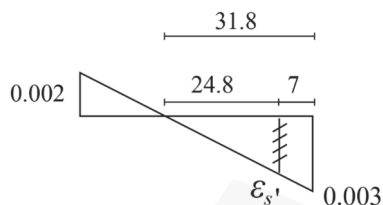
《考題難易》中等偏易：★★

《破題關鍵》

(1) 偏心距是往 X 軸移動，所以 b 要選 40cm。

(2) 柱子的題目雖然計算量大，但中性軸位置題目都給了，所以不難算。

(一)計算 P_b



$$X_b = 0.6d = 0.6 \times 5.3 = 31.8 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 X_b = 0.85 \times 31.8 = 27.03 \text{ cm}$$

$$\frac{\epsilon'_s}{24.8} = \frac{0.003}{21.8} \Rightarrow \epsilon'_s = 0.00224 > \epsilon_y$$

$$C_c = 0.85 f'_c ab = 0.85(280)(27.03)(40) = 257326 \text{ kgf}$$

$$C_s = A'_s (f_y - 0.85 f'_c) = 3 \times 6.47(4200 - 0.85 \times 280) = 76902 \text{ kgf}$$

$$T = A_s f_y = 3 \times 6.47 \times 4200 = 81522 \text{ kgf}$$

$$P_b = C_c + C_s - T = 257326 + 76902 - 81522 = 252706 \text{ kgf} = 252.706 \text{ tf}$$

(二)求 M_b

$$M_b = C_c \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + (C_s + T)(d_p - 7) = 257326 \left(30 - \frac{27.03}{2} \right) + (76902 + 81522)(30 - 7) \\ = 7885771 \text{ kgf} \cdot \text{cm} = 78.858 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

祝金榜題名

最新名師線上解題&開課

