

## 109 年土木工程高考試試題

類科：土木工程

科目：測量學

一、請試述偶然誤差和系統誤差的差異性，又儀器誤差、讀數誤差、縱角指標差、水平尺尺長誤差、瞄準誤差各可歸類為何種誤差？並請說明如何減低或消除偶然誤差或系統誤差對測量成果的影響。(25 分)

**【考題難易】★★★****【解題關鍵】**關鍵字：偶然誤差、系統誤差。重點提要：誤差特性、資料處理方式。**【命中特區】**測量學 (2019)/ 賴明 / 第一章第 3 節 測量誤差、精度與數據處理。**【擬答】**

(一) 請試述偶然誤差和系統誤差的差異性：

1. 偶然誤差：本質是相消差

- (1) 出現誤差之情況有正有負，其正、負誤差出現之機率是相等。
- (2) 較小之誤差出現的機率較高，大誤差出現之機率較低。
- (3) 出現大誤差的次數較少，出現小誤差的次數較多。
- (4) 具常態分佈的特性，其曲線為常態分佈曲線。

2. 系統誤差：本質是累積差

- (1) 發生誤差大小相同，具有同方向性，亦即，同為正或是同為負。
- (2) 會隨觀測次數累積而增大，故亦稱為累積誤差。

(二) 儀器誤差、讀數誤差、縱角指標差、水準尺尺長誤差、瞄準誤差之誤差種類：

1. 儀器誤差：可歸類為系統誤差
2. 讀數誤差：可歸類為偶然誤差
3. 縱角指標差：可歸類為系統誤差
4. 水準尺尺長誤差：可歸類為系統誤差
5. 瞄準誤差：可歸類為偶然誤差

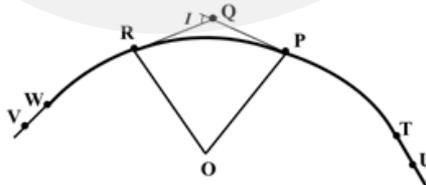
(三) 減低或消除偶然誤差或系統誤差的方法：

1. 減低偶然誤差的方法：採用重複觀測的方式，以減低偶然誤差的影響。增加同一觀測量之觀測次數，計算最或是值及其標準差（中誤差或標準偏差），可減小偶然誤差。例如：某一角度或長度或高程，如觀測一次或一測回，得標準差  $\pm \sigma_1$ ；重複觀測  $N$  次或  $N$  測回，經由誤差傳播定律之分析，得知其標準差降為  $\pm \frac{\sigma_1}{\sqrt{N}}$

2. 減低或消除系統誤差的方法：

- (1) 於測量前：應小心校正儀器，以消除系統誤差。  
 例如：水準儀的定樁法(視準軸校正)，經緯儀與全測站儀的一次縱轉法、二次縱轉法等校正方法。
- (2) 於測量中：採用適當的觀測方法，以消除系統誤差。例如：
- ① 經緯儀與全測站儀觀測：採正倒鏡觀測取平均，可消除水平角觀測之橫軸誤差、視準軸誤差、視準軸偏心誤差；以及縱角觀測之指標差。
  - ② 水準儀觀測：採前視距離=後視距離，可消除視準軸誤差與兩差。
  - ③ 經緯儀、全測站觀測：採用對向觀測，以消除兩差(地球曲率差與大氣折光差)。
  - ④ GPS 觀測：採用同步觀測的方式(一次差、二次差、三次差)，以消除時鐘誤差。採用雙頻觀測的方式，以消除電離層誤差。
- (3) 於測量後：以數學模式計算閉合差，再改正觀測量。例如：
- ① 閉合導線、附和導線：角度與縱橫距之平差改正。
  - ② 閉合水準、附和水準、單線水準：後視、前視或高程差之平差改正。
  - ③ 直接量距：量距改正。
  - ④ 電子測距：長度之歸化改正。

二、克羅梭曲線(clothoid curve)上，某一點的曲率半徑  $r$  和從曲線起點(和直線段接壤處)到該點的曲線長  $l$  之乘積為一個常數  $C$  的平方，即  $r \times l = C^2$ ，它常做為緩和曲線使用。今一條公路(示意圖如下)，在圓弧曲 PR 兩端各設置一條克羅梭曲線做為緩和曲線，兩條克羅梭曲線 TP 和 RW 的參數  $C$  分別為 600 公尺和 450 公尺，T 點為其中一條克羅梭曲線的起點，其里程數為  $120^k + 330$ ，而圓弧曲線的切線長  $\overline{PQ} = \overline{QR}$  等於 288.68 公尺，圓弧曲線兩切線的交角  $I$  為  $60^\circ$ ，O 為圓心，UT 和 WV 為直線段，其中 U 點的里程數為  $120^k + 100$ 。試求圓弧曲線半徑、TP 和 RW 克羅梭曲線長度，P、Q、R、W 四點的里程數。(註：所有長度計算至公分，公分以下四捨五入)(25 分)



【考題難易】★★

【解題關鍵】關鍵字：克羅梭曲線、圓弧曲線(單曲線)。

重點提要：兩曲線銜接點的半徑相同。

【命中特區】測量學 (2019) / 賴明 / 第七章第 2 節路線測量之二、單曲線之組成及計算方法。

【擬答】

(一) 計算圓弧曲線半徑  $R_O$  :

切線長  $T' = \overline{PQ} = \overline{QR} = 288.68m$  , 圓弧曲線交角  $I = 60^\circ$

$$\therefore T' = R_O \times \tan \frac{I}{2} , 288.68 = R_O \times \tan \frac{60^\circ}{2} , R_O = \frac{288.68}{\tan 30^\circ} = 500.00m = \text{圓弧曲線半徑}$$

(二) 計算 TP 和 RW 克羅梭曲線長度 :

$$\therefore r \times \ell = C^2 , \ell = \frac{C^2}{r} \text{ 又, 克羅梭曲線的 P,R 點銜接圓弧曲線 } \therefore \ell = \frac{C^2}{R_O}$$

$$1. \text{ TP 克羅梭曲線長度 } \ell_1 : \ell_1 = \frac{C_1^2}{R_O} = \frac{600^2}{500} = 720.00m$$

$$2. \text{ RW 克羅梭曲線長度 } \ell_2 : \ell_2 = \frac{C_2^2}{R_O} = \frac{450^2}{500} = 405.00m$$

(三) 計算 P、Q、R、W 四點的里程數

$\therefore$  T 點的里程數為  $120^k + 330$  , U 點的里程數為  $120^k + 100$

$\therefore$  曲線的里程數是由右向左遞增

$$1. \text{ P 點里程數 : P 點里程數} = \text{T 點里程數} + \ell_1 = 120^k + 330 + 720.00 = 121^k + 050$$

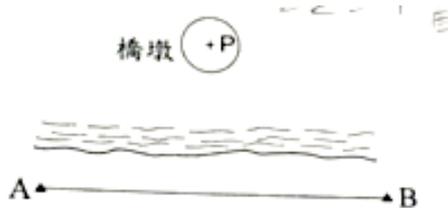
$$2. \text{ Q 點里程數 : Q 點里程數} = \text{P 點里程數} + \text{切線長} \\ = 121^k + 050 + 288.68 = 121^k + 338.68$$

$$3. \text{ R 點里程數 : 圓弧曲線長度} = R_O \times I = 500.00 \times \frac{\pi}{3} = 523.60m$$

$$\text{R 點里程數} = \text{P 點里程數} + \text{圓弧曲線長度} = 121^k + 050 + 523.60 = 121^k + 573.60$$

$$4. \text{ W 點里程數 : W 點里程數} = \text{R 點里程數} + \ell_2 = 121^k + 573.60 + 405 = 121^k + 978.60$$

三、如圖所示，A、B 為已知平面坐標的控制點。P 點為欲測設的橋墩中心點，其設計的平面坐標已知。今以全站站儀由 A、B 兩點欲定出 P 點的平面位置，請從計算、施測方法等說明如何放樣 P 點？(25 分)



【考題難易】★★★

【解題關鍵】關鍵字：放樣。重點提要：光線法、前方交會法。

【命中特區】測量學 (2019) / 賴明 / 第一章第 4 節測量基本計算與原理之二、測量的基本原理

【擬答】

假設：A、B、P 點的平面坐標為  $(E_A, N_A)$ 、 $(E_B, N_B)$ 、 $(E_P, N_P)$

(一) 計算分析：

1. 由 A、B 二點坐標，得方位角  $\phi_{AB}$  或

$$\begin{cases} \Delta E_{AB} = E_B - E_A \\ \Delta N_{AB} = N_B - N_A \end{cases} \theta = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta E_{AB}}{\Delta N_{AB}} \right|, \text{再依象限決定方位角 } \phi_{AB}, \phi_{BA} = \phi_{AB} + 180^\circ$$

$\Delta E_{AB}$	$\Delta N_{AB}$	象限	$\phi_{AB}$
+	+	I	$\phi_{AB} = \theta$
+	-	II	$\phi_{AB} = 180^\circ - \theta$
-	-	III	$\phi_{AB} = 180^\circ + \theta$
-	+	IV	$\phi_{AB} = 360^\circ - \theta$

2. 由 A、P 二點坐標，得方位角  $\phi_{AP}$ ，距離  $\overline{AP}$

$$\begin{cases} \Delta E_{AP} = E_P - E_A \\ \Delta N_{AP} = N_P - N_A \end{cases}, \overline{AP} = \sqrt{\Delta E_{AP}^2 + \Delta N_{AP}^2}, \theta_1 = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta E_{AP}}{\Delta N_{AP}} \right|$$

$\Delta E_{AP}$	$\Delta N_{AP}$	象限	$\phi_{AP}$
+	+	I	$\phi_{AP} = \theta_1$
+	-	II	$\phi_{AP} = 180^\circ - \theta_1$
-	-	III	$\phi_{AP} = 180^\circ + \theta_1$
-	+	IV	$\phi_{AP} = 360^\circ - \theta_1$

3. 由 B, P 二點坐標, 得方位角  $\phi_{BP}$ , 距離  $\overline{BP}$

$$\begin{cases} \Delta E_{BP} = E_P - E_B \\ \Delta N_{BP} = N_P - N_B \end{cases}, \quad \overline{BP} = \sqrt{\Delta E_{BP}^2 + \Delta N_{BP}^2}, \quad \theta_2 = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta E_{BP}}{\Delta N_{BP}} \right|$$

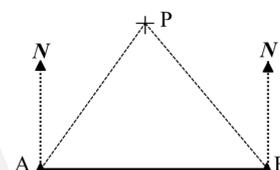
$\Delta E_{BP}$	$\Delta N_{BP}$	象限	$\phi_{BP}$
+	+	I	$\phi_{BP} = \theta_2$
+	-	II	$\phi_{BP} = 180^\circ - \theta_2$
-	-	III	$\phi_{BP} = 180^\circ + \theta_2$
-	+	IV	$\phi_{BP} = 360^\circ - \theta_2$

4. 計算  $\angle BAP$  (外角),  $\angle ABP$  (內角), 如右圖

$$\text{外角 } \angle BAP = 360^\circ - (\phi_{AB} - \phi_{AP})$$

$$\text{內角 } \angle ABP = \phi_{BP} - \phi_{BA}$$

(二) 放樣的施測方法:



1. 如果有一台全測站儀, 則採用光線法放樣

- (1) 於 A 點整置全測站儀, 定心定平, 照準 B 點, 度盤歸零, 以定向。
- (2) 順時針旋轉  $\angle BAP$  (外角), 在視線方向, 取標桿, 量距離  $\overline{AP}$ , 定得  $P_1$  點。
- (3) 於 B 點整置全測站儀, 定心定平, 照準 A 點, 度盤歸零, 以定向。
- (4) 順時針旋轉  $\angle ABP$  (內角), 在視線方向, 取標桿, 量距離  $\overline{BP}$ , 定得  $P_2$  點。
- (5) 查核: 如  $\overline{P_1P_2}$  在規範容許值之內, 則取  $P_1, P_2$  二點的中點, 定得 P 點。  
如  $\overline{P_1P_2}$  不在規範容許值之內, 則重測, 亦即, 重複進行(1)至(4)。

2. 如果同時擁有二台全測站儀, 則採用前方交會法放樣

- (1) 於 A 點整置一台全測站儀, 定心定平, 照準 B 點, 度盤歸零, 以定向。  
順時針旋轉  $\angle BAP$  (外角), 在視線方向  $\overrightarrow{AP}$ , 取標桿。
- (2) 於 B 點整置另一台全測站儀, 定心定平, 照準 A 點, 度盤歸零, 以定向。  
順時針旋轉  $\angle ABP$  (內角), 在視線方向  $\overrightarrow{BP}$ , 取標桿。
- (3) 如標桿同時在視線方向  $\overrightarrow{AP}$  與  $\overrightarrow{BP}$  上, 則標桿點位即為 P 點。

## 四、何謂地形測量？

並請從儀器設備和定位方法申論 3D 雷射掃描儀使用於地形測量的可行性。(25 分)

【考題難易】★★

【解題關鍵】關鍵字：地形測量、3D 雷射掃描儀。重點提要：儀器設備和定位方法。

【命中特區】測量學(2019)/ 賴明 / 第八章之三、光達

【擬答】

(一) 地形測量：

測定地表面上，地物相關位置(點位坐標)，以及地面高低起伏狀態，按規定之比例尺及圖例，縮繪製作成圖的作業，或製作數值地形模形 DTM 的作業，稱為地形測量。地形測量為依適當的測量方法，測量地形上地貌之位置(點位坐標)、距離及高程等，以及標註地物之位置、形狀、大小，以便繪製成地形圖供各項工程參考之用。

(二) 3D 雷射掃描儀使用於地形測量的可行性分析：

3D 雷射掃描儀可適用於地形測量，其可行性，茲分析如下：

1. 由儀器設備層面：

- (1) 3D 雷射掃描儀之基本組成元件：雷射掃描系統、GPS 及慣性導航系統(INS)。
- (2) 雷射掃描儀之操作方法：透過雷射掃描儀向地面發出雷射光，對地物進行掃描與記錄三維坐標，並記錄飛行載具航線。
- (3) 3D 雷射掃描儀能快速獲取密集的点雲資料，記錄大量的空間點位三維資訊。因此，3D 雷射掃描儀可適用於地形測量。

2. 由定位方法層面：

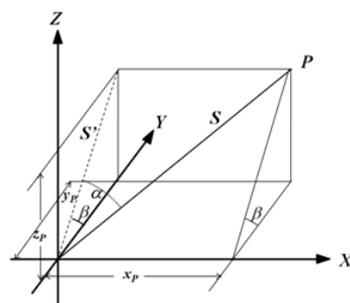
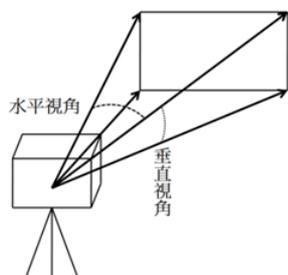
(1) 其定位方法為光線法：

以 3D 雷射掃描儀為中心的坐標系來定義儀器坐標系。根據雷射掃描儀對於被測物體所取得之量度資訊，來計算出被測物體的三維坐標。再經由坐標轉換的方式，將儀器坐標系的坐標，轉換至法定座標(TWD97 與 TWVD2001)。因此，3D 雷射掃描儀可適用於地形測量。

(2) 雷射掃描儀定義的儀器坐標系，是以雷射發射中心為坐標原點，根據右手定則定義：雷射掃描儀右方為  $X$  軸，掃描方向(景深)為  $Y$  軸，雷射掃描儀上方為  $Z$  軸。

(3) 掃描原理：

為一個測角和測距的量測系統，由距離和角度觀測值，計算推求每點的儀器坐標系的坐標。茲以橫掃式的掃描方式為例，說明如下：



### 橫掃式點位的分析計算

- ① 掃描方式是先固定垂直反射稜鏡，使 3D 雷射掃描儀由左至右進行水平方向上的掃描。然後改變垂直反射稜鏡角度，亦由左至右進行水平掃描。
- ② 橫掃式之 3D 雷射掃描儀觀測值包括：水平掃描角  $\alpha$ ，垂直掃描角  $\beta$ ，3D 雷射掃描儀到掃描點  $P$  的斜距  $S$ ，由其幾何關係，定義點位  $P$  在掃描坐標系的坐標如下：

$$S' = S \times \cos \alpha$$

$$x_p = S \times \sin \alpha$$

$$y_p = S' \times \cos \beta = S \times \cos \alpha \times \cos \beta$$

$$z_p = S' \times \sin \beta = S \times \cos \alpha \times \sin \beta$$

# 祝金榜題名

最新名師線上解題&開課

