

109 年度高級中等以下學校及幼兒園教師資格考試

類科：國民小學

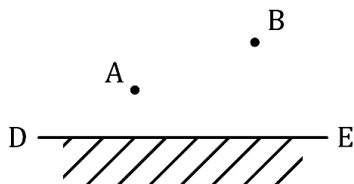
科目：數學能力測驗

一、選擇題，每題 2 分，共 60 分（第 1~15 題為普通數學、第 16~30 題為數學教材教法，請以黑色 2B 鉛筆於答案卡上作答。單選題，答錯不倒扣）

- (C) 1 古埃及的數學文獻《林多文書》記載：「有七戶家庭，每戶都飼養七隻貓，每隻貓都捕捉七隻老鼠，每隻老鼠都吃了七串麥穗，每串麥穗上都有七粒麥子。」若將所有老鼠吃掉的麥子總量表示為 a^b ，其中 a 、 b 均為大於 1 的自然數，則 $a-b$ 之值為何？
(A)-2 (B)1 (C)2 (D)5
- (B) 2 有一個自然數是三位數，它具下列特徵：
甲、比 400 小的偶數
乙、十位數的數字是質數
丙、百位數和個位數的數字一樣
符合此特徵的數有幾個？
(A)3 (B)4 (C)5 (D)12
- (A) 3 甲、乙兩車在直線車道上以等速朝同方向前進，已知甲車時速比乙車快 x 公里，甲車在乙車後方 y 公里，問甲車要花多少小時才能追上乙車？
(A) $\frac{y}{x}$ (B) $\frac{x}{y}$ (C) $\frac{x}{2y}$ (D) $\frac{y}{2x}$
- (C) 4 已知 $f(x)$ 為一次函數，且 $f(4)-f(2)=10$ ，問 $f(8)-f(3)$ 之值為何？
(A)10 (B)20 (C)25 (D)50
- (B) 5 小明利用色紙剪了許多不同形狀的三角形來佈置教室，他想將每個三角形色紙用線懸掛在天花板上，問線要黏在三角形色紙的哪個位置，三角形色紙的面才會跟地面平行？
(A)三個高的交點 (B)三邊中線的交點
(C)三邊中垂線的交點 (D)三個內角平分線的交點

- (C) 6 有一「給定直徑，求圓面積」的試題，某考生誤用了圓周長公式做計算，得到的數值和正確答案相同。問該試題給定的直徑為何？
(A) 2 (B) π (C) 4 (D) 8
- (A) 7 袋子中有白球 6 個、紅球 4 個，且每球被取出的機率相等。今逐次自袋中任取一球，取出後再放回。已知前兩次均取出白球，若第三次取出白球的機率為 P ，取出紅球的機率為 Q ，則 P 、 Q 的關係為何？
(A) $P > Q$ (B) $P = Q$ (C) $P < Q$ (D) $P + Q < 1$
- (C) 8 汽車中古商買進二手車共 8 輛，平均一輛車花費 15 萬元。問下列何者恆真？
(A) 汽車買價的中位數是 15 萬元
(B) 至少有一輛汽車的買價為 15 萬元
(C) 至少有一輛汽車的買價不低於 15 萬元
(D) 有 4 輛汽車的買價高於 15 萬元，另 4 輛汽車低於 15 萬元
- (B) 9 某隧道實施「區間測速」科技執法，取締汽車超速以減少隧道的意外事故。已知該隧道全長 1050 公尺，且在隧道內平均時速超過 70 公里就會被開罰單。有甲、乙、丙、丁四輛車在該隧道內的行駛時間分別為 50 秒、53 秒、56 秒、59 秒，問哪些車輛會被開罰單？
(A) 只有甲 (B) 只有甲、乙
(C) 只有甲、乙、丙 (D) 甲、乙、丙、丁。
- (B) 10 嚴重特殊傳染性肺炎疫情爆發，政府建議進行居家消毒。根據報導指出：「只要用濃度介於 70%~78% 的酒精都可以達到 99% 殺菌效果。」坊間建議可依照酒精和純水比例 4：1，將 95% 酒精稀釋使用。依照此作法稀釋的酒精濃度為何？
(A) 75% (B) 76% (C) 77% (D) 78%
- (B) 11 有甲、乙兩家店，在第一年的營收相同，第三年的營收也相同。甲店第二年和第三年的營收年成長率都是 50% (年成長率 = $\frac{\text{當年的營收} - \text{前一年的營收}}{\text{前一年的營收}}$)；乙店第二年的營收年成長率是 25%，問乙店第三年的營收年成長率是多少？
(A) 75% (B) 80% (C) 125% (D) 180%

- (D) 12 某公司有 A、B 兩廠房位於河流岸邊 $\overline{DE}$ 的同一側，如下圖：



老闆想在 $\overline{DE}$ 上找一點 F 蓋碼頭，使得兩廠房到 F 的距離和最短。以下有四種找 F 點的方法：

甲、找 $\overline{AB}$ 與 $\overline{DE}$ 的交點

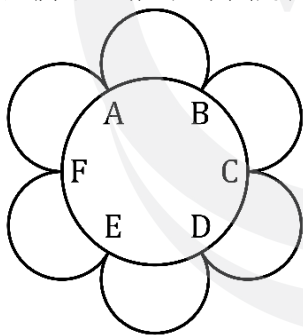
乙、找 $\overline{AB}$ 的中垂線和 $\overline{DE}$ 的交點

丙、以 $\overline{DE}$ 為對稱軸，A 的對稱點是 A' ，找 $\overline{A'B}$ 與 $\overline{DE}$ 的交點

丁、以 $\overline{DE}$ 為對稱軸，B 的對稱點是 B' ，找 $\overline{AB'}$ 與 $\overline{DE}$ 的交點

問哪些方法正確？

- (A) 只有甲 (B) 只有乙 (C) 只有丙 (D) 只有丙、丁
- (A) 13 有六個半徑為 4 的圓弧，分別相切於點 A、B、C、D、E、F，且此六點為大圓上的六個等分點，如下圖的花朵形狀：

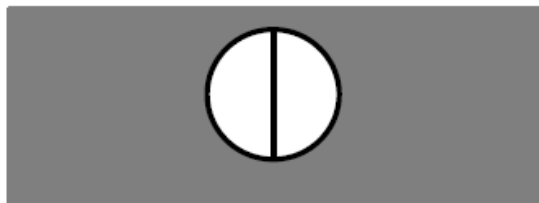


試求大圓半徑是多少？

- (A) $4\sqrt{3}$ (B) 6 (C) 4 (D) $2\sqrt{3}$

14-15 為題組

某圖書館的長方形外牆如下圖(圓形處為窗戶)，窗戶以外的外牆需要重新油漆。已知牆面長 8 公尺、寬 3 公尺，圓形窗戶半徑為 1 公尺(圓周率以 3 計算)。



施工單位評估的資料如下：

甲、1 加侖油漆約可塗 1 坪(約 3.3 平方公尺)

乙、外牆油漆色系是按白色：藍色：綠色=2：1：1 的比例調配出來

丙、所有的油漆一小罐為 1 加侖，600 元；一大罐為 4 加侖，2200 元；購買時須整罐購買
根據上述，回答 14-15 題。

(B) 14 圖書館的這面外牆需要油漆的坪數是在哪個範圍？

(A) 5 到 6 之間

(B) 6 到 7 之間

(C) 50 到 60 之間

(D) 60 到 70 之間

(C) 15 依照施工單位提供的資訊，外牆油漆的原料最少需要花多少元？

(A) 2400

(B) 4200

(C) 4600

(D) 39400

(B) 16 有兩個除法布題如下：

甲、有 72 顆糖果，平分給 8 個人，每人可以得到幾顆糖果？

乙、有 70 顆糖果，平分給 8 個人，每人可以得到幾顆糖果？剩下幾顆？

在引入除法直式算則時，若要讓學童有使用除法直式算則的需求，哪些布題是適合的？

(A) 只有甲

(B) 只有乙

(C) 甲、乙都適合

(D) 甲、乙都不適合

(A) 17 在初次進行「無條件捨去法」的教學時，下列布題何者最適合？

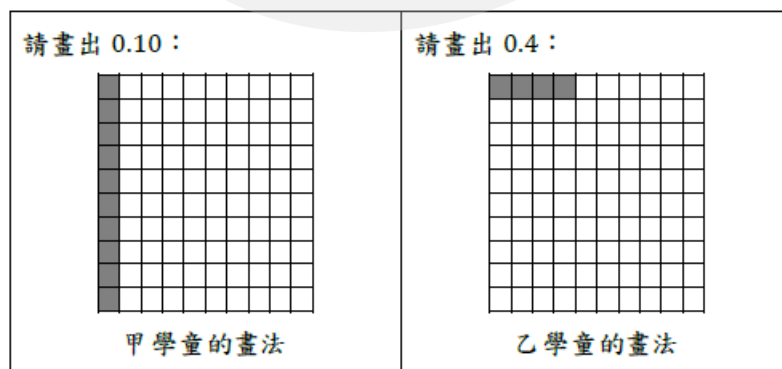
(A) 農夫採收 3658 顆水梨，每 10 顆裝一箱，問裝滿箱的水梨共有幾顆？

(B) 哥哥買了一個機器人需要 1580 元，問最少要準備幾張百元鈔票才夠付？

(C) 老闆煮了 1510 公升的紅茶，每 15 公升裝 1 桶，問裝滿桶的紅茶共有幾公升？

(D) 爸爸想買 6888 元的除濕機，去限提千元鈔的提款機提款，問最少要提領多少元？

- (D) 18 有關「一位小數的認識」，下列哪一個教學活動最不合？
 (A)說明小數點的意義
 (B)引入十分位的位名及其意義
 (C)連結 15 公分直尺的測量經驗
 (D)利用公尺和公分的互換來瞭解小數概念
- (B) 19 有三個關於「長度」的教學活動如下：
 甲、比較一條紅紙條和一條藍紙條的長度
 乙、先用鉛筆量教室裡兩個不同櫃子的寬度，再做比較
 丙、先剪出和門一樣寬的繩子，再用這條繩子和櫃子的寬度做比較
 依據上述活動內容，最適當的教學安排順序為何？
 (A)甲→乙→丙 (B)甲→丙→乙 (C)乙→甲→丙 (D)丙→甲→乙
- (B) 20 下列何者最不合使用釘板做教學活動？
 (A)認識線對稱圖形 (B)理解三角形的內角和為 180°
 (C)認識正方形、長方形和三角形 (D)做出等積異形的正方形和長方形
- (D) 21 教師請學童上網尋找適合繪製統計圖的生活例子，小琦和媽媽找到的例子是「基礎體溫的測量和記錄，可以比較準確瞭解女性的月經週期變化，預測排卵日和月經日；測量時需連續一個月，每日清晨起床即測量一次體溫並記錄。」問此例中測量出的體溫數據最適合繪製成下列哪一種統計圖？
 (A)長條圖 (B)直方圖 (C)圓形圖 (D)折線圖
- (C) 22 有關小數的教學，教師向學童說明一張百格板當作 1，再請學童在百格板上畫出指定的小數。有甲、乙兩學童的畫法如下：

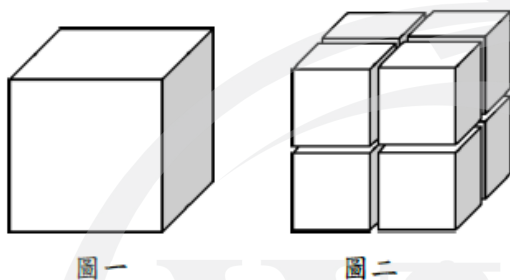


根據兩位學童的畫法，下列敘述何者正確？

- (A) 甲、乙學童都正確
 (B) 甲學童將 0.1 張誤以為是 0.01 張，乙學童正確
 (C) 甲學童正確，乙學童將 0.01 張誤以為是 0.1 張
 (D) 甲學童將 0.1 張誤以為是 0.01 張，乙學童將 0.01 張誤以為是 0.1 張

- (A) 23 有關表面積的教學，教師布了一數學問題如下：

將邊長 2 公分的正方體（如圖一）切割成相同的小正方體（如圖二），問圖二的表面積比圖一的表面積增加多少平方公分？



某學童的說法：「圖二中每一個小正方體都會增加表面積，所以我先算出每個小正方體增加的表面積，再算出全部增加的表面積，就是答案。」依據該學童的說法，其對應的算式為何？

- (A) $1 \times 1 \times 3 \times 8$ (B) $2 \times 2 \times 3 \times 2$ (C) $1 \times 1 \times 6 \times 8 - 2 \times 2 \times 6$ (D) $2 \times 2 \times 6$

- (D) 24 有三位學童對長方形的說法如下：

甲、4 個角都是直角、兩雙對邊分別等長

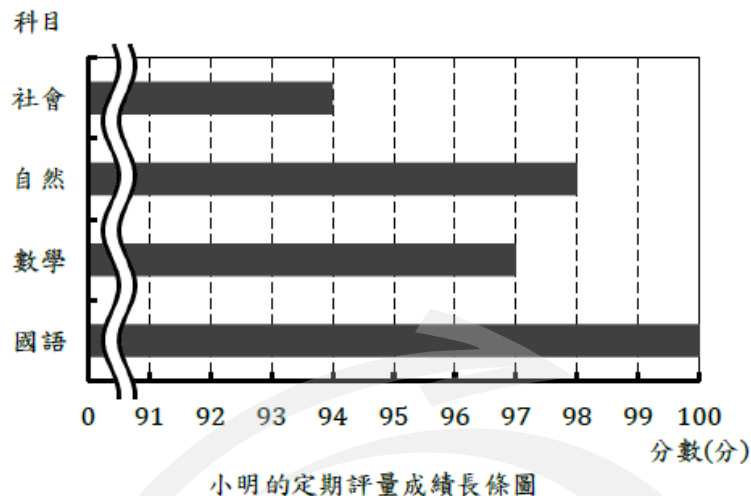
乙、有 4 個邊、4 個角、4 個頂點

丙、看起來像門一樣長長的

依據三位學童的說法，其認知發展由低到高的順序為何？

- (A) 甲→乙→丙 (B) 乙→丙→甲
 (C) 丙→甲→乙 (D) 丙→乙→甲

- (D) 25 教師在上課時呈現「有省略符號的統計圖」，如下：



- 針對該統計圖，下列哪一位學童的說法最不適當？
- (A)因為分數都是 91 分以上，所以省略符號可在低於 91 分的位置
(B)這個統計圖省略符號省略了 1 到 90 分的分數
(C)國語的分數比數學的分數多 3 分
(D)自然的分數是社會分數的 2 倍
- (D) 26 教師設計了一個活動，和學童討論後獲得兩個結論：「用公尺來描述操場的周長」和「用公分來描述鉛筆的長度」。問這個活動的主要目標最可能為下列何者？
- (A)量的估測 (B)認識測量工具
(C)測量單位的轉換 (D)選用適當的測量單位
- (C) 27 在進行「平面圖形切割與重組」的教學活動時，教師提供給每位學童兩個全等的等腰直角三角形，請學童拼成各種不同的圖形。有一些圖形如下：
- 甲、正三角形
乙、平行四邊形
丙、等腰直角三角形
- 問學童可以拼出哪些圖形？
- (A)只有乙 (B)只有甲、丙
(C)只有乙、丙 (D)甲、乙、丙

- (C) 28 教師布了一數學問題：「小明有 5 顆彈珠，媽媽再給他 4 顆彈珠，問他共有幾顆彈珠？」有甲、乙兩位學童的作法如下：

甲、我把 5 記在心裡，再往上數 4 顆彈珠，6、7、8、9

乙、我先數 5 顆彈珠，1、2、3、4、5；再往上數 4 顆彈珠，6、7、8、9

哪些學童的作法是處於序列性合成運思(sequential integration operation)階段？

- (A)甲是、乙是 (B)甲是、乙不是 (C)甲不是、乙是 (D) 甲 不是、乙不是

29-30 為題組

教師在進行「兩位數以內減法直式計算」教學時，有一數學問題如下：

哥哥到文具行想買一個 51 元的鉛筆盒，但不夠 14 元，問哥哥有多少元？請先用有()的橫式記記看並說明理由，再用直式算出答案。

根據上述，回答 29-30 題。

- (A) 29 有兩位學童的橫式紀錄和說法如下：

甲、 $51 - () = 14$ ，因為「不夠」就是鉛筆盒的錢比哥哥的錢多 14 元

乙、 $() + 14 = 51$ ，因為哥哥的錢加上「不夠」的錢就是鉛筆盒的錢

問哪些學童的橫式紀錄和說法都合理？

- (A)甲合理、乙合理 (B)甲合理、乙不合理
(C)甲不合理、乙合理 (D)甲不合理、乙不合理

- (D) 30 教師已經讓學童瞭解「從橫式紀錄轉成 $51 - 14 = ()$ 」之後，再請學童利用減法直式算則算出答案，發現某些學童的作法是：

$$\begin{array}{r} 51 \\ - 14 \\ \hline 43 \end{array}$$

教師想診斷迷思，設計了一些減法算式如下：

甲、 $50 - 24 = ()$

乙、 $52 - 20 = ()$

丙、 $51 - 43 = ()$

丁、 $53 - 28 = ()$

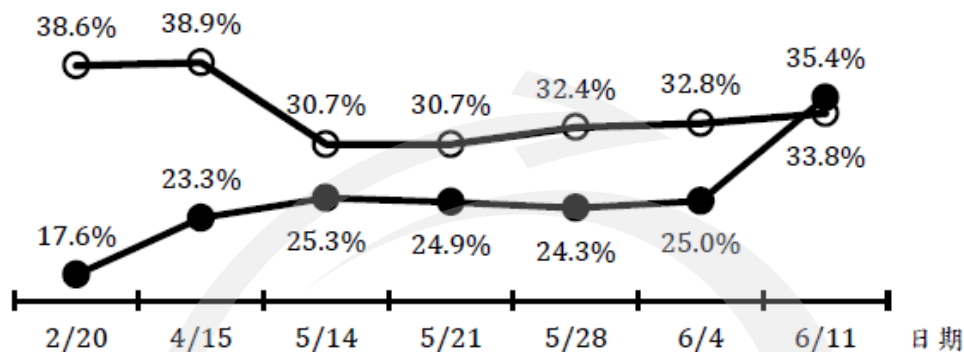
哪些算式可以用來診斷？

- (A)只有甲、乙 (B)只有丙、丁
(C)只有甲、乙、丁 (D)只有甲、丙、丁

二、非選擇題，每題 5 分，共 40 分

普通數學計算題或證明題（須寫出演算過程或理由）

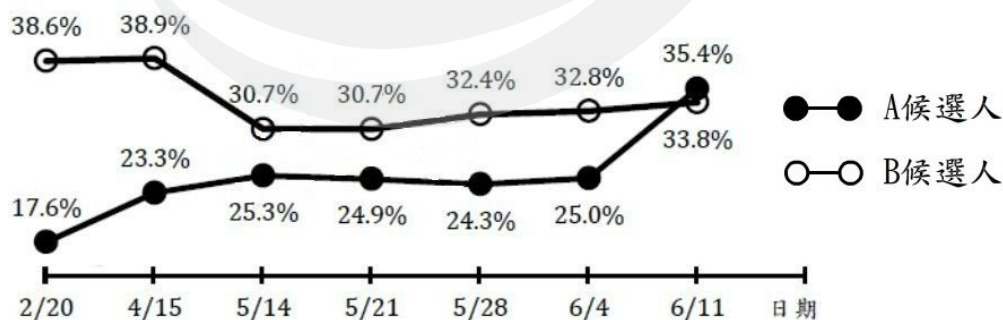
(一) 某報紙刊登 A、B 兩位候選人的民意調查數據，它的標題寫著「A 大逆轉，首度超越 B，領先 2.4%」，該報紙同時附上如下圖的統計圖：



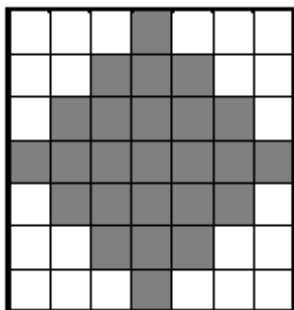
請針對此一新聞的標題和統計圖，指出 3 個可以修正之處。

【擬答】：

- (1) 折線圖中未標示 A、B 候選人
- (2)
 - ① 日期應標示對齊在格子點上，而非間隔中。
 - ② 折線圖中的數據點應標示對齊在格子點上，而非間隔中。
 - ③ $5.4\% - 33.8\% = 1.6\%$ ，非 2.4%



- (二) 某校川堂有一個大正方形的白色壁面，在壁面上用 25 個邊長 10 公分的小正方形灰色壁磚貼出一個圖騰如下圖：



今有一捲棉線的長度剛好可以圍成一個直徑 70 公分的圓形。若要用這捲棉線來鑲邊，試回答下列問題：

- (1) 如果要為最外圍的大正方形鑲邊，這捲棉線是否夠用？並說明理由。(2.5 分)
- (2) 如果要為圖騰的外圍鑲邊，這捲棉線是否夠用？並說明理由。(2.5 分)

【擬答】：

$$10 \times 7 = 70 \Rightarrow \text{大正方形邊長為 } 70\text{cm}$$

$$\text{直徑 } 70\text{cm 的圓形周長為 } 70\pi\text{cm}$$

- (1) 大正方形周長為 $70 \times 4 > 70\pi$ ($\because 4 > \pi$) $\Rightarrow$ 棉線不夠用
- (2) 圖騰的外圍周長與正方形周長相等 $\Rightarrow$ 棉線不夠用

- (三) 防禦率是指棒球投手平均每場球(9 局)所失的自責分，計算公式如下：

$$\text{防禦率} = \text{自責分} \times 9 \div \text{投球局數}$$

例如某投手投球 7 局，自責分 2 分，則防禦率為 $2 \times 9 \div 7 = 2.57$ 。以下為四位棒球投手比賽狀況一覽表：

投手編號	自責分	投球局數
A	30	50
B	20	30
C	4	5
D	2	3

試回答下列問題：

- (1) 問 A、B、C 三人中，哪位投手的防禦率最低？(2 分)
- (2) 請問投手 D 至少要再投幾局且沒有增加自責分，才能將防禦率降低至 3(含)以下？(3 分)

【擬答】：

(1) A 投手防禦率 = $30 \times 9 \div 50 = 5.4$

B 投手防禦率 = $20 \times 9 \div 30 = 6$

C 投手防禦率 = $4 \times 9 \div 5 = 7.2$

⇒ A 投手防禦率最低

(2) 設 D 投手至少需再投 X 局沒有增加自責分，可將防禦率降低至 3（含）以下

$2 \times 9 \div (3 + x) \leq 3 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow$ 至少需再投 3 局

(四) 現今電腦使用的二進位系統，採「逢二則進位」，使用數字 0、1 來記錄數，例如十進位的 2 以二進位表示為 10。下表是十進位和二進位數的對應關係：

十進位	1	2	3	4	5	6	7	8	...
二進位	1	10	11	100	101	110	111	1000	...

試回答下列問題：

(1) 十進位的 17，對應到二進位的哪一個數？(2.5 分)

(2) 二進位的 100001，對應到十進位的哪一個數？(2.5 分)

【擬答】：

(1) $17 \div 2 = 8 \dots 1$

$8 \div 2 = 4 \dots 0$

$4 \div 2 = 2 \dots 0$

$2 \div 2 = 1 \dots 0$

⇒ 十進位的 17，對應到二進位的 10001

(2) $1 \times 25 + 0 \times 24 + 0 \times 23 + 0 \times 22 + 0 \times 21 + 1 \times 20 = 33$

⇒ 二進位的 100001，對應到十進位的 33

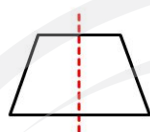
數學教材教法問答題

(一) 關於「線對稱圖形」與「全等圖形」的概念，試回答下列問題：

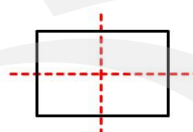
- (1) 請用圖示說明線對稱圖形。(1.5 分)
- (2) 請用圖示說明全等圖形。(1.5 分)
- (3) 請寫出一項兩者的相異處。(2 分)

【擬答】：

- (1) 將一個圖形沿著某條直線對摺，對摺後直線兩邊的圖形可完全疊合，這樣的圖形稱為線對稱圖形，且這條對摺線稱為該圖形的對稱軸。



1條對稱軸



2條對稱軸



5條對稱軸

- (2) 如果兩個圖形經過翻轉或移動後可以完全疊合，我們稱這兩個圖形全等。疊合在一起的頂點稱為對應頂點，疊合在一起的邊稱為對應邊，疊合在一起的角稱為對應角。因此，兩個全等圖形的對應邊相等，對應角相等。

	$ABCD \cong EFGH$ 對稱角相等 $\angle A = \angle F$ $\angle B = \angle G$ $\angle C = \angle H$ $\angle D = \angle E$ 對稱軸相等 $\overline{AB} = \overline{FG}$ $\overline{BC} = \overline{GH}$ $\overline{CD} = \overline{EH}$ $\overline{AD} = \overline{FE}$
--	---

- (3) 線對稱圖形之對稱軸可將圖形分成兩全等圖形，但重點在於是否對摺後直線兩邊的圖形能否完全疊合。

	對角線 $\overline{AC}$ 可將圖形 $ABCD$ 分割成兩個全等的三角形 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADC$，但對摺並無法疊合，故對角線 $\overline{AC}$ 非圖形 $ABCD$ 之對稱軸。
--	--

(二) 有一個「加法交換律」的教學活動如下：

教師準備了兩種顏色的花片(紅色 6 個及藍色 5 個)，請學童算算看總共有幾個花片？

甲學童：我先算藍色花片，再算紅色花片，所以總共有 $5+6=11$ 個花片

乙學童：我先算紅色花片，再算藍色花片，所以總共有 $6+5=11$ 個花片

試回答下列問題：

- (1) 若教師想協助學童瞭解「兩數相加的順序不會影響其結果」，如何利用甲、乙兩學童的說法，進行關鍵性提問？(2 分)
- (2) 若學童只會利用「往上數」的策略進行加法計算，教師為了瞭解學童是否能運用「加法交換律」來簡化計算。有兩個問題如下：
 - ① 花園裡有 2 朵紅花和 13 朵黃花，請問花園裡共有幾朵花？
 - ② 花園裡有 10 朵紅花和 8 朵黃花，請問花園裡共有幾朵花？問教師應選用哪一個布題較為合適？並說明理由？(3 分)

【擬答】：

- (1) $5+6$ 與 $6+5$ 的數量是否一樣多？
- (2) 若學童只會利用「往上數」的策略進行加法計算，且目的想瞭解學童是否能運用「加法交換律」來簡化題目。
問題 ① 較為適合 $\Rightarrow 2 + 13 = 13 + 2 \Rightarrow$ 從 13 往上數 2 達到簡化的目的。
問題 ② $\Rightarrow 10 + 8 = 8 + 10 \Rightarrow$ 無明顯達到簡化的目的。

(三) 有關「分裝與平分」單元的教學，有一個「離散量的平分」布題為「一籃蘋果有 20 顆，平分給 5 人，每人可以得到幾顆？」甲學童的作法如下：

$$20-5=15$$

$$15-5=10$$

$$10-5=5$$

$$5-5=0$$

答：4 顆

乙學童說：「不可以用 20 顆減 5 人。」

甲學童說：「5 是表示 5 顆。」

試回答下列問題：

- (1) 針對甲學童的回答，說明為什麼可以將「5 人轉換成 5 顆」？(2.5 分)
- (2) 針對甲學童的作法中，說明為什麼答案是 4 顆？(2.5 分)

【擬答】：

- (1) 每次 1 人可拿 1 顆蘋果，故每次共需 5 顆蘋果。
- (2) 共分了 4 次蘋果，故每人拿到 4 顆蘋果。

(四) 數學課堂上，教師布了一問題：「媽媽烤了一個蛋糕從下午 3 點 30 分到下午 5 點 30

分，問媽媽烤蛋糕花了多久？」有兩位學童回答如下：

甲學童回答：「5 點 30 分減 3 點 30 分等於 2 小時。」

乙學童疑惑的說：「為什麼不是 2 點，而是 2 小時呢？」

試回答下列問題：

- (1) 請指出甲學童的回答中，何者是「時刻」？何者是「時間量」？(2 分)
- (2) 請利用教具或表徵等方法，向乙學童解釋，為何答案是「2 小時」？(3 分)

【擬答】：

- (1) 5 點 30 分與 3 點 30 分為「時刻」，2 小時為「時間量」。
- (2)

